



TITLE:

アーチダムのたわみおよびひずみの挙動解析ならびにその信頼度検定に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

三池, 亮次

CITATION:

三池, 亮次. アーチダムのたわみおよびひずみの挙動解析ならびにその信頼度検定に関する研究. 京都大学, 1968, 工学博士

ISSUE DATE:

1968-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r1209>

RIGHT:

アーチダムのたわみおよびひずみの
挙動解析ならびにその信頼度検定
に関する研究

昭和42年11月

三 池 亮 次

アーチダムのたわみおよびひずみの
挙動解析ならびにその信頼度検定
に関する研究

昭和42年11月

三 池 亮 次

は　じ　め　に

筆者が昭和36年土木研究所においてアーチダムの挙動解析の研究を担当して以来、すでに6年の才月が過ぎた。当時わが国においても、ようやく多くのアーチダムが完成し、設計技術者は設計法、荷重のとり方において事実と矛盾するかどうか、管理者側からは、アーチダムが安全に挙動しているかどうかについて不安があり、堤体に多額の費用をもつて多数の計器が埋設され、土木研究所においても、実測解析を主要研究テーマの一つとして取り上げたのである。

日本の土木技術者は、ややもすると華やかな建設の過程に心を奪われ、竣工後の実測解析を含めた管理の問題については、とかく軽視する傾向があるように思える。

莫大な工費をもつて折角計器が堤体に埋設されているにもかかわらず、管理所はその資料をどのように活用すべきかを知らず、また研究者側からは解析の手法について適切な助言を与えるのが困難な状態にあった。

筆者はこの問題を解析することは国家的使命であると考え、途中昭和39年熊本大学に転動後も解析を続行し、たまたま京都大学石原藤次郎博士より学位論文として提出するよう指示があり、未だ検討すべき多くの問題を残しているが、今回ようやくその結果を取りまとめる段階にまで達した次第である。

本論文の前半ⅡよりⅣまではアーチダムのたわみあるいはひずみを解析する基礎理論についてⅤよりⅨまでは、その具体的適用結果について検討を加えた。前半のⅡでは挙動解析の各種の統計学的手法を開発し、Ⅲにおいては主としてたん水開始後のアーチダムに作用する各種の荷重用について考察を加え、Ⅳでは無次元解析法によつてアーチダムのたわみ、応力の挙動特性を検討した。

後半のⅤ・Ⅵでは解析の対象とする4つのアーチダムの諸元、計器を紹介し、Ⅶ・Ⅷではアーチダムのたわみ、ひずみの実測値と、各荷重との回帰関係を究明して、Ⅳの無次元解析法による推定値と比較検討した。またひずみの補正計算法についても検討を加えた。

ⅨではⅡで開発した各種の統計学的手法を駆使して、アーチダムの信頼度を検定し、アーチダムの外荷重に対する抵抗の構造形式は刻々に変動するものであることを確認し、アーチダムの安全管理上のいくつかの問題点について考察を加えた。

本研究を行うにあたり京都大学、石原藤次郎教授、丹羽義次教授、佐々木綱教授より終始御懇切な御指導、御鞭撻を受けた。また熊本大学工学部、福井武弘教授、藤芳義男教授、理学部、稲葉三男教授から、アーチダムの構造解析法、統計解析法について御指導をうけた。電子計算プログラム作成については熊本大学工学部松山公一教授より手解を受けた。

また土木研究所においては、前ダム部長村幸雄博士、現赤羽支所長石井文雄、技術管理室長中村慶一、ダム構造研究室長、飯田隆一の各氏より多くの御教示と示唆が与えられた。とくに中村慶一博士より統計解析の手法について多くを学んだ。

宮崎県企業局、富山県電気局、河川課、建設省鳴子ダム管理所、二瀬ダム管理所より解析資料の提供を受けた。電子計算は熊本大学電子計算機室FACOM-231によつて行つた。図表作成その他について熊本大学土木工学教室、土木研究所ダム構造研究室の方々の御協力を得た。

ここに関係各位に対し、心からの謝意を表する次第である。

目 次

I	総 論	1
II	挙動解析の統計理論	4
	(1) 異重回帰における有意性の検定	4
	1.1 要 旨	4
	1.2 最小二乗法	4
	1.3 帰無仮説による有意性の検定について	6
	(2) 主成分分析法による信頼度の検定	12
	2.1 要 旨	12
	2.2 主成分分析	13
	2.3 主成分分析の電子計算	15
	2.4 信頼度の検定	26
	(3) 異重回帰における一元配置論	29
	3.1 要 旨	29
	3.2 理 論	29
	(4) 重回帰分析における信頼性理論の適用について	36
	4.1 要 旨	36
	4.2 理 論	36
III	アーチダムの挙動を支配する諸要因	39
	(1) 概 説	39
	(2) 流動変形	39
	2.1 概 説	39
	2.2 流動変形の粘弾性論的取り扱い	40
	(3) 温度荷重	41
	3.1 概 説	41
	3.2 温度荷重に関する弾性力学的考察	42
	3.3 堤体平均温度および等値直線温度こう配の年間の変化量	46
	(4) 水圧荷重	48
	4.1 外水圧	48
	4.2 内水圧	49
IV	無次元解析法によるアーチダムの挙動特性の研究	50
	(1) 弾性固定アーチの理論	50
	(2) 弾性固定アーチにおける応力の挙動特性	53
	— 特に引張応力発生機構について —	
	2.1 要 旨	53
	2.2 対称等厚円弧アーチ	53

2.3	弾性固定アーチにおける引張応力発生の機構	55
2.4	結 論	61
(3)	弾性固定アーチの応力の挙動特性	61
	ー 水圧および温度荷重を受ける場合 ー	
3.1	要 旨	61
3.2	水圧荷重による応力の挙動特性	61
3.3	堤体平均温度上昇による応力の挙動特性	64
3.4	温度こう配による応力の挙動特性	70
3.5	総合効果	75
3.6	結 論	75
(4)	アーチダムのたわみの挙動特性	76
4.1	要 旨	76
4.2	弾性固定アーチのたわみの挙動特性	76
4.3	弾性固定てい形片持ばりのたわみの挙動	80
4.4	結 論	83
(5)	無次元解析法によるアーチダムのたわみおよび応力の挙動特性	83
5.1	要 旨	83
5.2	水圧荷重に対して	84
5.3	堤体平均温度変化量に対して	95
5.4	温度こう配に対して	103
5.5	結 論	112
V	解析に使用するアーチダムの諸元	114
VI	実測計器およびその配置	119
VII	たわみの解析	123
(1)	概 説	123
(2)	たわみの解析	127
2.1	綾北ダム	127
2.2	鳴子ダム	129
2.3	二瀬および室牧ダム	130
(3)	考 察	133
3.1	流動変形によるたわみ	133
3.2	水圧荷重によるたわみ	133
3.3	温度荷重によるたわみ	137
3.4	精密三角測量との比較	138
3.5	無次元解析法によるたわみ計算値との比較	139
VII	ひずみの解析	144

〔1〕 概 説	1 4 4
〔2〕 ひずみの補正計算	1 4 5
2. 1 ひずみの補正計算	1 4 5
2. 2 温度膨脹係数、ポアソン比、弾性係数の算定	1 4 6
2. 3 適用例	1 4 8
〔3〕 ひずみの解析	1 5 0
3. 1 概 説	1 5 0
3. 2 ひずみの解析	1 5 0
3. 3 考 察	1 5 2
 IX アーチダムの信頼度の検定	1 5 6
〔1〕 概 説	1 5 6
〔2〕 流動変形によるアーチダムの信頼度の検定	1 5 6
〔3〕 主成分分析法によるアーチダムの信頼度の検定	1 5 7
3. 1 概 説	1 5 7
3. 2 主成分分析による信頼度検定の電子計算	1 5 7
3. 3 考 察	1 6 1
3. 4 結 論	1 6 8
〔4〕 重回帰における一元配置論によるアーチダムの信頼度の検定	1 6 9
4. 1 概 説	1 6 9
4. 2 信頼度の検定	1 6 9
〔5〕 アーチダムの安全管理について	1 7 3
5. 1 概 説	1 7 3
5. 2 アーチダムの信頼度検定論の実際問題への適用	1 7 3
 X 結 論	1 7 7

I 総 論

近年、火主水従政策の下に黒部才4発電所建設を頂点として、発電水力ダム建設の隆盛期はようやく過ぎ去つたかの風評を耳にするとところであるが、わが国に残された唯一の水資源に対する需要はますます増大し、河水の効率的利用を計るため、洪水調節を兼ねた多目的ダム建設は今後とも活潑に行われることが期待される。

コンクリートダムの中でもアーチダムは力学的にも経済的にももつとも合理的形態をもつだけに今後の研究の進展が望まれるところである。

実測資料によるアーチダムの挙動解析に関する研究は、

- (1) ダム施工におけるクーリングのための温度管理、グラウトのための継目開閉の計測等の施工管理
- (2) ダムの安全管理
- (3) 現在行われているダムの設計荷重のとり方、および設計計算方法の改善を目的としたダムの構造作用解析

以上の3点を目的としているが、ここではその中、たん水開始以降のたわみおよびひずみ等の実測資料によつて、アーチダムの安全管理および構造作用解析の各種の手法の検討を行うに止める。

すなわちアーチダムの設計方法として現在用いられている荷重分割計算および模型実験は、それ自身多くの仮定の上に成立するものであり、実際建設されたアーチダムに生ずる応力、たわみ現象に適合した設計が行われたかどうか保障できない。

たとえば堤体コンクリートおよび基礎岩盤の流動変形、堤体コンクリートの非均質性、異方性、継目の開閉、応力集中、施工の不十分、たとえば、コンクリートの強度の低下、設計形状どおりの施工が行われていないこと。平面保持の法則、荷重分割計算の近似性、基礎接触面における弾塑性変形、温度応力、間隙水圧、揚圧力等の不明確性等々、これらの諸因子のアーチダムのたわみ、応力に及ぼす影響をすべて考慮に入れて設計することは困難である。

しかしながら、たん水開始以降のたわみ、応力の挙動解析にその範囲を限定するなら、主要要因を水位、堤体温度、およびその他の非可逆的流動変形に大別してかなりの精度で解析が可能であることが考察されるであろう。

Rocha^{1.1)・1.2)}等は温度条件として堤体平均温度、等値直線温度こう配を与え、たわみあるいはひずみと水位、堤体温度との回帰関係を最小二乗法によつて求める方法を提案し、Caniçada ダムに対してたわみにもつとも大きく影響する因子は、むしろ堤体平均温度であることを述べた。
Tonini^{1.3)}もまた温度条件としてトップアーチと基礎アーチの温度差、上下流面温度差を与え、たわみの解析を行い、温度荷重がダムのたわみに及ぼす影響が、かなり顕著であることを指摘している。

しかしながら Rocha の解析方法は因子相互の相関性の問題、因子の有意性、流動変形の評価が不十分である。

中村慶一氏および筆者らは^{1.4)・1.5)}重回帰における有意性検定の理論に基づき流動変形の因子を考慮し

て解析し、かなり良好な成果を得た。Ⅱ〔1〕の異重重回帰における有意性検定の理論において、拡張された重回帰における有意性検定法を紹介する。

本論文ではまた、水圧および温度荷重を受けたアーチダムのたわみおよび応力の挙動特性を無次元量の形で把握する研究を試み、興味ある幾つかの成果を得、実測資料による解析の結果によつてこれを検証した。^{1.6)}

ダムに限らずすべての構造物が長年にわたる経験の下に次第により大型化、複雑化することが可能となる理由の一つとして、言わば実物による模型実験を積み重ねていくことが考えられる。すなわち予備設計の段階には相似率の考え方が、意識的にか無意識に行われているのであろう。したがつて予備設計の段階で積極的に無次元解析法の概念を導入すればより合理的設計が行われるものと考えられる。

ダム管理者が進んでアーチダムの力学的挙動特性を知る上にもこの無次元解析法による解析の成果の活用が望まれる。

アーチダムのたわみは局部的ひずみ現象を平均化した総合的変形現象であり、またたわみを計測するブラムラインの精度がかなり高いため、設計によつて推定されるたわみ値と、実測解析の結果得られるたわみ値とはかなり近似するが、アーチダムの局部的変形を表わす実測ひずみあるいは応力は、補正計算においてかなりの誤差を伴うこと、ひずみ計自身の精度がブラムライン程には期待できないこと、設計では考慮されない各種の局部的要因などのため一般に設計ひずみあるいは応力とはかなり相違するものと言われ、^{1.7)}たとえば上下流面応力が均一化する傾向が筆者の解析の結果によつても確認された。

従来、重力ダムについての弾性力学に立脚した理論的、実験的研究は、^{1.8)}多くの学者によつて行われて来たが、アーチダムのように3次元構造物の弾性解を求めることは困難であり、^{1.9)}あくまで近似計算法である荷重分割計算を主体として^{1.10)}シェル理論の適用等に関する研究が進められているのがアーチダムの力学的研究の現状である。^{1.11), 1.12)}

基礎の弾塑性特性、クラックの発生、間隙水圧、コンクリートのクリープ、非均質性、異方性、継目の開閉等がアーチダムのひずみ、応力の挙動を擾乱する力学的機構は、大型電子計算機の進歩によつて次第に解明され、実測ひずみの不可解な現象もやがて説明されていくものと考えられる。

一方アーチダムの変形、堤内温度等の挙動を実測資料によつて検証しようという試みは近代アーチダムの建設が始まつた20世紀初頭においてすでに行われた。すなわち1921年にスイスのMontsalvensダムで三角測量によるたわみ測定が^{1.13)}1926年にはStevenson - Creek試験用アーチダムにおいて炭素棒によるひずみ測定が試みられ、^{1.14)}1933年Hooverダムではカールソンひずみ計による本格的観測が実施された。^{1.13)}以来多くのダムに各種の計器が埋設され多くの観測資料および解析成果が公表されており、ダムの変位、内部応力、ひずみ、温度に関する挙動特性が逐次明らかになりつつある。

アメリカの重力ダムであるNorris and Hiwassee, Fontana^{1.15)}ダムの実測解析において、すでに実測たわみを、温度、水圧荷重、その他の経年変化の各因子の持分にあくまで図解法によつて分離しようとする試みが行われ、重力ダムにおいても、温度荷重によつて大きく変形する事実を確認しているが変形の主要要因に着目して各因子の影響度を分離して求めようという統計解析

学的研究はむしろ Rocha, Tonini によつて最初に行われたものと見るべきであろう。

コンクリート打設後のコンクリートの粘弾性的性質の著しい時点におけるひずみより応力に換算する方法は、J・M・Raphael^{1.16)}によつて提案され、アメリカの Bureau of Reclamation、わが国では君島氏ら^{1.17)}がかなり詳細な検討を行つている。

さて実測資料は言わば統計的変量であり、これを解析するための手段として、近代統計学の手法^{1.18)}を積極的に応用し、あるいは未開拓な分野であれば、数学的手法の開発に自ら挑戦していかなければ、正確な解析は不可能であろう。

たとえば堤体平均温度、温度こう配の間の高い相関のために生ずる解析上の種々の問題は、主成分分析法^{1.19)}の適用によつて解決を試み、かくして因子のレベルでアーチダムの信頼度を検定することが可能となつた。

主成分分析その他の方法によるたわみの解析の結果、アーチダムは決して安定した挙動を繰り返しているのではなく、とくにたん水初期の数ヶ月間には、新しい環境に適応するため、かなり著しい岩盤および堤体の非可逆的変形が認められ、その後においても外荷重に対するアーチダムの抵抗の構造形式は刻々に変動することが推定された。

アーチダムのたわみは、ひずみ、継目開度、間隙水圧、岩盤の挙動などの諸因子と相互に密接な有機的関係を保ちながら、局部的変形を平均した総合現象であり、このたわみによるアーチダムの信頼度検定の結果は、アーチダムの安全管理を行う指標として重要な役割を演ずるであろう。

破壊直前の構造物の挙動を追求する弾塑性論、破壊の進行の過程を統計学的に研究する信頼性理論^{1.20)}、あるいは安全度を定義するいわゆる安全率の問題はここで言うアーチダムの信頼度の概念^{1.21)}をさらに明確に把握するため、今後研究すべき、主要テーマと考えられるのである。

フランスのマルバツセアーチダムの惨害が日本では決して起こらないよう、アーチダムの実測資料が提供する情報に耳を傾け、アーチダムの信頼度について適切な判断を即刻下す態勢を整えるよう努力しなければならない。

II 挙動解析の統計理論

(1) 異重回帰における有意性の検定

1.1 要 旨

ある観測量 y_α と p 個の要因 $x_{\alpha i}$ ($i = 1, 2, \dots, p$) との間に次の線型回帰模型が成立するものとする。すなわち

$$y_\alpha = x_{\alpha 1}\beta_1 + x_{\alpha 2}\beta_2 + \dots + x_{\alpha p}\beta_p + e_\alpha \quad (2.1.1)$$

ただし $\alpha = 1, 2, \dots, n$ は観測の組番号、 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ は偏回帰係数で e_α はここにとりあげなかつた因子による擾乱であり、各組の擾乱はおのゝ互に独立に正規分布 $N(0, \sigma^2)$ をするものと仮定する。この場合の β_i の不偏推定値 $\hat{\beta}_i$ を求め、かつ帰無仮設により各因子の有意性を検討する方法についてはすでに詳細な検討が行われ、^{2.1)} アーチダムの挙動解析に対してかなり有力な手段として利用されている。

一方測量資料を統計的に処理する誤差論においては (2.1.1) 式を間接測定における観測方程式と言い、各組の観測資料の重さが異なる場合を異重回帰測定と称して未知量 β の最確値およびその平均二乗誤差を求める方法が確立している。^{2.2)・2.3)}

帰無仮設による重回帰に関する有意性の検定の場合にも当然各観測資料の重さが異なる場合が考えられる。

以下、各観測資料の重さの異なる場合の帰無仮設による有意性検定の理論を展開してみよう。

1.2 最小二乗法

(2.1.1) 式をマトリクス記法で表示すれば

$$y = X\beta + e \quad (2.1.2)$$

プライム記号で、マトリクスまたはベクトルの転置を表わすものとすれば、上式において

$$y' = [y_1, y_2, \dots, y_n], \quad \beta' = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p]$$

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \quad e' = [e_1, e_2, \dots, e_n]$$

また各観測の組の重さ q_1, q_2, \dots, q_n に対して重さの対角マトリクス

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & & & \\ & q_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & q_n \end{bmatrix}$$

を定義すれば、偏差 e に対して、

$$E(e) = 0$$

$$E(e e') = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_n^2 \end{bmatrix} = \sigma^2 Q^{-1}$$

e_i ($i = 1, 2, \dots, n$) は互に独立な分布をするものとすれば、異重測定に対しては、残差二乗和

$$\begin{aligned} e' Q e &= (y - X\beta)' Q (y - X\beta) \\ &= y' Q y - y' Q X\beta - \beta' X' Q y + \beta' X' Q X\beta \end{aligned}$$

を最小にする β が β の不偏推定量 $\hat{\beta}$ となる。すなわち

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \beta} \{ (X' Q y)' \beta \} &= \frac{\partial}{\partial \beta} \{ \beta' (X' Q y) \} = X' Q y \\ \frac{\partial}{\partial \beta} \{ \beta' (X' Q X) \beta \} &= 2 X' Q X \beta \end{aligned}$$

であるから

$$\left\{ \frac{\partial (e' Q e)}{\partial \beta} \right\}_{\beta = \hat{\beta}} = -2 X' Q y + 2 X' Q X \hat{\beta} = 0$$

したがって次の正規方程式を得る。

$$X' Q X \hat{\beta} = X' Q y \quad (2.1.3)$$

いま

$$S_X = X' Q X \quad (2.1.4)$$

とすれば $\det(S_X) \neq 0$ であれば

$$\hat{\beta} = S_X^{-1} X' Q y \quad (2.1.5)$$

であるから

$$E(\hat{\beta}) = S_X^{-1} X' Q E(X\beta + e) = S_X^{-1} X' Q X\beta = \beta \quad (2.1.6)$$

すなわち $\hat{\beta}$ は β の不偏推定量となる。

残差平方和

$$\begin{aligned} S_E &= (y - X\hat{\beta})' Q (y - X\hat{\beta}) \\ &= y' Q y - \hat{\beta}' X' Q y - y' Q X \hat{\beta} + \hat{\beta}' X' Q X \hat{\beta} \\ &= y' Q y - y' Q X S_X^{-1} X' Q y - y' Q X S_X^{-1} X' Q y + y' Q X S_X^{-1} X' Q X S_X^{-1} X' Q y \\ &= y' Q y - \hat{\beta}' X' Q y \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

であり

$$\sigma^2 = E \left(\frac{S_E}{n-p} \right) \quad \sigma_i^2 = E \left(\frac{S_E}{q_i(n-p)} \right) \quad (2.1.8)$$

$$\sigma_{\beta_i}^2 = E \left[C_{ii} \frac{S_{\epsilon}}{n-p} \right] \quad (2.1.9)$$

であることも容易に証明することができる。^{2.4)}ただし C_{ii} は、 S_{ϵ}^{-1} の逆マトリクスの対角 i 要素、 $\sigma_{\beta_i}^2$ は $\hat{\beta}_i$ の分散である。

1.3 帰無仮説による有意性の検定について

各組の観測資料の重さが異なる場合の重回帰における有意性の検定理論を展開するために、まず $\frac{S_{\epsilon}}{\sigma^2}$ が重さの等しい場合と同じく、自由度 $n-p$ の χ^2 分布をすることが次のように証明されるので紹介する。

ここでは確率分布関数に関する次の諸定理より検討を加える^{2.5)-2.6)}

定理 1. X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) が互に独立に正規分布 $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ をするとき

$$X = \sum a_i X_i + b$$

は正規分布 $N(\sum a_i \mu_i + b, \sum a_i^2 \sigma_i^2)$ をする。

定理 2. X_i^2 が自由度 m_i ($i = 1, 2, \dots, k$) をもつて独立に χ^2 分布をするなら

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k X_i^2$$

は自由度 $\sum_{i=1}^k m_i$ の χ^2 分布をする (χ^2 の再生性)

定理 3. $e \in N(0, \sigma^2)$ であるとき二次形式 $e' A e$ と $e' B e$ が独立であるための

必要十分条件は

$$A B = 0$$

である。ただし A, B は対称マトリクスである。^{2.7)}

残差平方和

$$\begin{aligned} S_{\epsilon} &= (y - X \hat{\beta})' Q (y - X \hat{\beta}) \\ &= (y - X \beta)' Q (y - X \beta) + (X \beta - X \hat{\beta})' Q (X \beta - X \hat{\beta}) \\ &\quad + (y - X \beta)' Q (X \beta - X \hat{\beta}) + (X \beta - X \hat{\beta})' Q (y - X \beta) \end{aligned} \quad (2.1.10)$$

しかるに (2.1.5) 式から

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= S_{\epsilon}^{-1} X' Q y = S_{\epsilon}^{-1} X' Q (X \beta + e) = S_{\epsilon}^{-1} X' Q X \beta + S_{\epsilon}^{-1} X' Q e \\ &= \beta + S_{\epsilon}^{-1} X' Q e \end{aligned}$$

$$\therefore \hat{\beta} - \beta = S_{\epsilon}^{-1} X' Q e \quad (2.1.11)$$

であるから (2.1.10) 式における

$$\text{※1項} = e' Q e$$

$$\begin{aligned} \text{※2項} &= (\hat{\beta} - \beta)' S_{\epsilon} (\hat{\beta} - \beta) = e' Q X S_{\epsilon}^{-1} S_{\epsilon} S_{\epsilon}^{-1} X' Q e \\ &= e' Q X S_{\epsilon}^{-1} X' Q e \end{aligned}$$

$$\text{※3項} = e' Q X (\beta - \hat{\beta}) = -e' Q X S_{\epsilon}^{-1} X' Q e$$

$$\text{※4項} = (\beta - \hat{\beta})' X' Q e = -e' Q X S_{\epsilon}^{-1} X' Q e$$

したがって

$$\begin{aligned} S_E &= e' Q e - e' Q X S_f^{-1} X' Q e \\ &= e' Q e - (\hat{\beta} - \beta)' S_f (\hat{\beta} - \beta) \end{aligned} \quad (2.1.12)$$

である。 $\frac{\partial x}{\partial \alpha} \in N(0, 1)$ であるから定理 2 によつて

$$\sum_{\alpha=1}^n \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha} \right)^2 = \sum_{\alpha=1}^n \frac{\partial x^2}{\partial \alpha^2} = \frac{e' Q e}{\sigma^2} \in \chi^2(n) \quad (2.1.13)$$

(2.1.12) 式の右 2 項すなわち

$$\begin{aligned} R &= e' Q X S_f^{-1} X' Q e \\ &= e' Q^{\frac{1}{2}} Q^{\frac{1}{2}} X S_f^{-1} X' Q^{\frac{1}{2}} Q^{\frac{1}{2}} e \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

において

$$A_f = Q^{\frac{1}{2}} X S_f^{-1} X' Q^{\frac{1}{2}} \quad (2.1.15)$$

とし、直交マトリクス L に対して

$$Q^{\frac{1}{2}} e = L w \quad (2.1.16)$$

ただし

$$w' = (w_1, w_2, \dots, w_n)$$

によつて、互に独立な分布をする e を w に変換すれば、 w もまた互に独立な分布をするベクトルとなり、

$$R = w' L' A_f L w \quad (2.1.17)$$

しかるに A_f は対称行列であるから

$$L' A_f L = \lambda \quad (2.1.18)$$

となるように実数の固有値 λ および直交行列 L を選定することができる。また

$$\begin{aligned} A_f^2 &= Q^{\frac{1}{2}} X S_f^{-1} X' Q^{\frac{1}{2}} Q^{\frac{1}{2}} X S_f^{-1} X' Q^{\frac{1}{2}} \\ &= A_f \end{aligned} \quad (2.1.19)$$

$$\begin{aligned} \text{trace}(A_f) &= \text{trace}(S_f^{-1} X' Q^{\frac{1}{2}} Q^{\frac{1}{2}} X) \\ &= p \end{aligned} \quad (2.1.20)$$

であり、

$$\begin{aligned} \lambda^2 &= L' A_f L L' A_f L \\ &= \lambda \end{aligned} \quad (2.1.21)$$

であるから、 λ の (i, i) 要素 $\lambda_i = 1$ または 0 で

$$\text{trace}(\lambda) = \text{trace}(A_f) = p \quad (2.1.22)$$

$$\therefore \lambda = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & p & & \\ & & 1 & \\ & & & 0 & & n-p \\ & & & & & 0 \end{pmatrix} \quad (2.1.23)$$

上式を(2.1.17)式に代入すれば

$$\begin{aligned} R &= W' \lambda W \\ &= \sum_{i=1}^p w_i^2 \end{aligned} \quad (2.1.24)$$

を得る。しかるに(2.1.16)式から

$$\begin{aligned} w &= L' Q^{\frac{1}{2}} e \\ \therefore w_i &= \ell_i' Q^{\frac{1}{2}} e \\ (Q^{\frac{1}{2}} e)_i &\in N(0, \sigma^2) \text{ であるから} \\ \therefore w_i &\in N(0, \ell_i' \ell_i \sigma^2) \\ &\in N(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (2.1.25)$$

となり、 w_1, w_2, \dots, w_n は共通の分散 σ^2 をもつ、互に独立な正規分布をする

$$\therefore \frac{R}{\sigma^2} \in \chi^2(p) \quad (2.1.26)$$

を得る。(2.1.12)式より

$$\frac{S_E}{\sigma^2} + \frac{R}{\sigma^2} = \frac{e' Q e}{\sigma^2}$$

で $\frac{R}{\sigma^2} \in \chi^2(p)$, $\frac{e' Q e}{\sigma^2} \in \chi^2(n)$ であるから S_E と R が互に独立の分布をするなら、定理2によつて

$$\frac{S_E}{\sigma^2} \in \chi^2(n-p) \quad (2.1.27)$$

が推定される。すなわち重さの等しい場合と回帰関係を得る。^{2.8)}

(2.1.2)式における X マトリクスを因子数 r 個の X_1 と因子数 $p-r$ 個の X_2 に分割すれば、

$$y = X_1 \beta_1 + X_2 \beta_2 + e \quad (2.1.28)$$

上式において帰無仮設 $H_2: \beta_2 = 0$ を立てるとき H_2 における残差平方和 $Q(H_2)$ に対して、

$$\frac{Q(H_2)}{\sigma^2} \in \chi^2(n-r) \quad (2.1.29)$$

また、(2.1.7)式において

$$R(\hat{\beta}) = \hat{\beta}' X' Q y \quad (2.1.30)$$

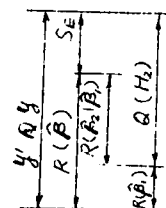


図 2.1.1 帰無仮設による有意性の検定

とするとき、

$$S_E = y' Q y - R(\hat{\beta}) \quad (2.1.31)$$

同様に

$$Q(H_2) = y' Q y - R(\hat{\beta}_1) \quad (2.1.32)$$

したがって

$$\begin{aligned} R(\hat{\beta}_2 | \hat{\beta}_1) &\equiv Q(H_2) - S_E \\ &= R(\hat{\beta}) - R(\hat{\beta}_1) \end{aligned} \quad (2.1.33)$$

は、 $\hat{\beta}_1$ による修正後の $\hat{\beta}_2$ の効果を表わし、(2.1.27)、(2.1.29)から、

$$\frac{R(\hat{\beta}_2 | \hat{\beta}_1)}{\sigma^2} \in \chi^2(p-r) \quad (2.1.34)$$

であることが定理2より推定される。^{2.9)}

$$\therefore \frac{R(\hat{\beta}_2 | \hat{\beta}_1) / p-r}{S_E / n-p} \in F(p-r, n-p) \quad (2.1.35)$$

そこで分割した模型に対するA O V表は、等重重回帰の場合に従い次のようになる。^{2.10)}

A O V 表

SV *	SS **	DF ***	MS ****	F
$H_2: \beta = (\beta_1, 0)$ $\hat{\beta}_1$ による修正後の $\hat{\beta}_2$	$R(\hat{\beta}_1) = \hat{\beta}_1' X_1' Q y$ $R(\hat{\beta}_2 \hat{\beta}_1) = R(\hat{\beta}) - R(\hat{\beta}_1)$	r $p-r$	$R(\hat{\beta}_1) / r$ $R(\hat{\beta}_2 \hat{\beta}_1) / p-r$	$\frac{(n-p)R(\hat{\beta}_2 \hat{\beta}_1)}{(p-r) S_E}$
$H_1: \beta = (\beta_1, \beta_2)$ 残 差	$R(\hat{\beta}) = \hat{\beta}' X' Q y$ $S_E = y' Q y - R(\hat{\beta})$	p $n-p$	$R(\hat{\beta}) / p$ $S_E / n-p$	
T	$y' Q y$	n		

* S V	source of variation	変動変因
** S S	sum of squares	平方和
*** D F	degree of freedom	自由度
**** M S	mean square	平均平方(不偏分散)

すなわち異重重回帰分析においては重さの平方根 $\sqrt{q_i}$ を乗じた各資料に対して等重重回帰分析の場合とまったく同じ要領で演算すれば有意性の検定が可能となる。

アーチダムに埋設された温度計、ひずみ計等の計器自身の精度は年々低下するばかりでなく、アーチダムの構造もまたクラックの発生コンクリート、基礎岩盤の弾性係数の増減により刻々変動することが考えられ、したがってアーチダムのたわみと、水圧、温度荷重との回帰式における回帰偏差の分散も年々変化することが考えられる。

回帰係数自身が変動する場合は、もはや同時解析を行つても、偏回帰係数の推定は

はなはだ曖昧なものとなり、むしろ1年度間の回帰係数の変動は小さいものとして年度毎に資料を分割し、解析すべきであろう。

回帰係数自身に変動が無く、分散のみが変化する場合には、異重重回帰分析の手法の適用によつて全資料の同時解析が可能となるであろう。

異重重回帰における有意性検定を実施する場合重さは次のように概略推定すればよいであろう。すなわち年度毎に有意性の検定を行い、その不偏分散を求め、初年度の重さ、 q_1 を1とし、1年度における不偏分散を VE_1 として、i年度の重さ q_i を次式

$$q_i = \frac{VE_1}{VE_i} \quad (2.1.36)$$

とすればよい。

通常前述のように初年度における回帰係数は年度を越るにしたがつて次第に乱れてくる。初年度の資料にウェイトをおいてそれ以降の非可逆的流動変形を1個の因子として、概略抽出したい場合には、初年度の q_1 あるいは資料組数 n_1 を他の年度のそれより大きくとる必要がある。

S_E と R が互に独立な分布をすることは次のように証明される。

〔解〕 (2.1.12) 式より

$$\begin{aligned} S_E &= e' (Q - QX S_f^{-1} X' Q) e \\ &= e' Q^{\frac{1}{2}} (I - Q^{\frac{1}{2}} X S_f^{-1} X' Q^{\frac{1}{2}}) Q^{\frac{1}{2}} e \\ &= e' Q^{\frac{1}{2}} (I - A_f) Q^{\frac{1}{2}} e \\ R &= e' Q^{\frac{1}{2}} A_f Q^{\frac{1}{2}} e \end{aligned} \quad (2.1.37)$$

であり $i = 1, 2, \dots, n$ に対して、

$$(Q^{\frac{1}{2}} e)_i \in N(0, \sigma^2)$$

$$(I - A_f) \cdot A_f = A_f - A_f^2$$

(2.1.19) 式を上式に代入すれば

$$(I - A_f) \cdot A_f = 0 \quad (2.1.38)$$

となり定理3によつて、 $Q^{\frac{1}{2}} e$ に関する二次形式である S_E と R は独立である。

$\frac{S_E}{\sigma^2} \in \chi^2(n-p)$ であることは、また次のように証明される。

〔解〕 (2.1.16) 式の変換によつて

$$S_E = w' (I - \lambda) w \quad (2.1.39)$$

しかるに (2.1.23) 式から

$$I - \lambda = \begin{pmatrix} 0 & p \\ & 0 \\ & & 1 & n-p \\ & & & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1.40)$$

となり

$$S_E = \sum_{i=p+1}^n W_i^2 \quad (2.1.41)$$

W_i ($i = 1, 2, \dots, n$) は互に独立な共通分散 σ^2 をもつ正規分布をするから

$$\therefore \frac{S_E}{\sigma^2} \in \chi^2(n-p)$$

なお、(2.1.24), (2.1.41) から S_E と R は独立であることがわかる。

$$R(\hat{\beta}_2 | \hat{\beta}_1) \in \chi^2(p-r) \text{ であることは次のように証明される。}$$

〔解〕 (2.1.12) 式より

$$\begin{aligned} S_E &= e' Q e - e' Q^{\frac{1}{2}} A_f Q^{\frac{1}{2}} e = e' Q^{\frac{1}{2}} (I - A_f) Q^{\frac{1}{2}} e \\ &= e' Q e - R_f \end{aligned} \quad (2.1.42)$$

同様に

$$\begin{aligned} Q(H_2) &= e' Q e - e' Q^{\frac{1}{2}} A_{f,1} Q^{\frac{1}{2}} e = e' Q^{\frac{1}{2}} (I - A_{f,1}) Q^{\frac{1}{2}} e \\ &= e' Q e - R_a \end{aligned} \quad (2.1.43)$$

ここに

$$R_f = e' Q^{\frac{1}{2}} A_f Q^{\frac{1}{2}} e \quad (2.1.44)$$

$$R_a = e' Q^{\frac{1}{2}} A_{f,1} Q^{\frac{1}{2}} e \quad (2.1.45)$$

$$A_{f,1} = Q^{\frac{1}{2}} X_1 (X_1' Q X_1)^{-1} X_1' Q^{\frac{1}{2}} \quad (2.1.46)$$

とすれば

$$\begin{aligned} R(\hat{\beta}_2 | \hat{\beta}_1) &= Q(H_2) - S_E \\ &= R_f - R_a = e' Q^{\frac{1}{2}} (A_f - A_{f,1}) Q^{\frac{1}{2}} e \end{aligned} \quad (2.1.47)$$

また

$$e' Q e = S_E + R_a + R(\hat{\beta}_2 | \hat{\beta}_1) \quad (2.1.48)$$

$$\frac{e' Q e}{\sigma^2} \in \chi^2(n)$$

$$\frac{S_E}{\sigma^2} \in \chi^2(n-p)$$

$$\frac{R_a}{\sigma^2} \in \chi^2(r)$$

であり、二次形式 $S_E, R_a, R(\hat{\beta}_2 | \hat{\beta}_1)$ は互に独立な分布をすることが、定理 3 によつて証明される。すなわち

$$\begin{aligned} A_f Q^{\frac{1}{2}} X &= Q^{\frac{1}{2}} X S_f^{-1} X' Q^{\frac{1}{2}} Q^{\frac{1}{2}} X \\ &= Q^{\frac{1}{2}} X \end{aligned} \quad (2.1.49)$$

$$\therefore A_g Q^{\frac{1}{2}} X_1 = Q^{\frac{1}{2}} X_1$$

$$\therefore X_1' Q^{\frac{1}{2}} A_g = X_1' Q^{\frac{1}{2}} \quad (2.1.50)$$

$$\begin{aligned} \therefore A_{g,1} A_g &= Q^{\frac{1}{2}} X_1 (X_1' Q X_1)^{-1} X_1' Q^{\frac{1}{2}} A_g \\ &= Q^{\frac{1}{2}} X_1 (X_1' Q X_1)^{-1} X_1' Q^{\frac{1}{2}} \\ &= A_{g,1} \end{aligned} \quad (2.1.51)$$

したがって

$$A_{g,1} (I - A_g) = A_{g,1} - A_{g,1} A_g = A_{g,1} - A_{g,1} = 0$$

$$A_{g,1} (A_g - A_{g,1}) = A_{g,1} A_g - A_{g,1}^2 = A_{g,1} - A_{g,1} = 0$$

$$(A_g - A_{g,1}) (I - A_g) = A_g - A_g^2 - A_{g,1} + A_{g,1} A_g = A_g - A_g - A_{g,1} + A_{g,1} = 0$$

となるからである。

$$\therefore \frac{R(\hat{\beta}_2 | \hat{\beta}_1)}{\sigma^2} \in \chi^2(p-r)$$

が推定される。

〔2〕主成分分析法による信頼度の検定

2.1 要 旨

重回帰における有意性の検定は、原則として各因子（独立変数）が完全に独立であることが必要条件とされている。しかしながら一般にこの条件を完全に満足する場合は稀であり、各因子間の相関が顕著である場合には、回帰分析によつて各因子の偏回帰係数の不偏推定値が得られたとしてもその値は不安定なものとなる。これは多重共線性あるいは線型重合の問題（Multi-Collinearity problem）として多くの統計学者によつて研究されてきた。^{2.11)・2.12)}

この問題を解決する一つの手法として主成分分析（Principal Component analysis）による方法を考える。

主成分分析法とは観測変量間の内部従属性を解明するため、各変量が張る多次元空間における観測変量マトリックス X によつて構成される $X'X$ の固有値および固有マトリクスを求め相互の相関係数を零とする新軸に対する各軸の全体の変動の中での影響度、相関関係を検出することである。^{2.13), 2.14)}

かくして全く独立な観測変量マトリックス U と従属変数 y との間に重回帰分析を行い、各因子の有意性を検定することが可能であり、ここではこれを含めて広義の主成分分析と言うことにする。

しからば、偏回帰係数の不偏推定値の分散はきわめて小さくなり、この偏回帰係数の値を時系列の中で捉えることによつて重回帰の構造の変動を推定し、その信頼度を検定することが可能となるであろう。

2.2 主成分分析^{2.15)}

観測確定変数マトリクス X と従属変量ベクトル y との間に (2.1.2) 式が成立するものとし、かつ各観測の組の重さが等しい場合を考える。

しかるとき、正規方程式は

$$X' X \hat{\beta} = X' y \quad (2.2.1)$$

であり、方向余弦マトリクス

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & \cdots & l_{1p} \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & l_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ l_{p1} & l_{p2} & \cdots & l_{pp} \end{bmatrix} = [l_1, l_2, \cdots, l_p]$$

によつて X 座標系より U 座標系に直交変換するには、次式

$$U = XL \quad (2.2.2)$$

によればよい。ここに

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1p} \\ u_{21} & u_{22} & \cdots & u_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & \cdots & u_{np} \end{bmatrix}$$

であり、新軸に対して正規方程式は

$$U' U \hat{\beta}^{(u)} = U' y \quad (2.2.3)$$

ここに $\hat{\beta}^{(u)}$ は U 座標系における偏回帰係数 $\beta^{(u)}$ の不偏推定値である。

(2.2.2) 式を (2.2.3) 式に代入すれば、

$$(XL)' (XL) \hat{\beta}^{(u)} = L' X' X L \hat{\beta}^{(u)} = L' S L \hat{\beta}^{(u)} = U' y \quad (2.2.4)$$

しかるに S は対称マトリクスであるから固有値の性質により n 次の実数の対角マトリクス λ に対して

$$L' S L = \lambda \quad (2.2.5)$$

とすることができる。

$$\therefore \lambda \hat{\beta}^{(u)} = U' y \quad (2.2.6)$$

あるいは

$$\hat{\beta}^{(u)} = \lambda^{-1} U' y \quad (2.2.7)$$

(2.2.6) 式の左辺は変数 U 相互の相関係数が零であることを示すもので、 λ はマトリクス $X' X$ の固有値、 L は固有マトリクスである。

したがつて、この場合の重回帰における有意性の検定はきわめて簡単となり

$$y = U_1 \beta_1^{(u)} + U_2 \beta_2^{(u)} + e \quad (2.2.8)$$

において、帰無仮説 $H_2: \beta_2^{(u)} = 0$ を設ければ、仮説 H_2 における残差平方和

$$\begin{aligned} Q(H_2) &= y'y - \hat{\beta}_1^{(u)'}(H_2) U_1' y \\ &= y'y - R^{(u)}(\hat{\beta}_1) \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

ただし、

$$R^{(u)}(\hat{\beta}_1) = (\lambda_1^{-1} U_1' y)' U_1' y = (U_1' y)' \lambda_1^{-1} (U_1' y) \quad (2.2.10)$$

また対立仮説 $H_1: \beta^{(u)} = (\beta_1^{(u)}, \beta_2^{(u)})'$ における残差平方和

$$\begin{aligned} S_E &= y'y - \hat{\beta}^{(u)'} U' y \\ &= y'y - R^{(u)}(\hat{\beta}) \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

ただし

$$\begin{aligned} R^{(u)}(\hat{\beta}) &= (U' y)' \lambda^{-1} (U' y) \\ &= \begin{bmatrix} U_1' y \\ U_2' y \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & 0 \\ 0 & \lambda_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1' y \\ U_2' y \end{bmatrix} \\ &= (U_1' y)' \lambda_1^{-1} (U_1' y) + (U_2' y)' \lambda_2^{-1} (U_2' y) \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

したがって $\hat{\beta}_1^{(u)}$ による修正後の $\hat{\beta}_2^{(u)}$ による平方和は

$$\begin{aligned} R^{(u)}(\hat{\beta}_2 | \hat{\beta}_1) &= R^{(u)}(\hat{\beta}) - R^{(u)}(\hat{\beta}_1) \\ &= Q(H_2) - S_E \\ &= (U_2' y)' \lambda_2^{-1} (U_2' y) \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

であり、同様に $\hat{\beta}_2^{(u)}$ による修正後の $\hat{\beta}_1^{(u)}$ による平方和は

$$R^{(u)}(\hat{\beta}_1 | \hat{\beta}_2) = (U_1' y)' \lambda_1^{-1} (U_1' y) \quad (2.2.14)$$

であり、帰無仮説 H_2 の下で、

$$\frac{R^{(u)}(\hat{\beta}_2 | \hat{\beta}_1)}{\frac{S_E}{n-p}} \in F(p-r, n-p) \quad (2.2.15)$$

によつて容易に β_2 の有意性を検定することができる。ただし r は、変数マトリクス U_1 の因子数である。その分割した模型に対する AOV 表は次のとおりである。

AOV 表 - (1)

SV	SS	DF	MS	F
$\hat{\beta}_2^{(u)}$ による修正後の $\hat{\beta}_1^{(u)}$	$R^{(u)}(\hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2) = (U_1' y)' \lambda_1^{-1} (U_1' y)$	r	$V_{\beta_1 \beta_2}^{(u)} = \frac{R^{(u)}(\hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2)}{r}$	$\frac{V_{\beta_1 \beta_2}^{(u)}}{V_E}$
$\hat{\beta}_1^{(u)}$ による修正後の $\hat{\beta}_2^{(u)}$	$R^{(u)}(\hat{\beta}_2 \hat{\beta}_1) = (U_2' y)' \lambda_2^{-1} (U_2' y)$	$p-r$	$V_{\beta_2 \beta_1}^{(u)} = \frac{R^{(u)}(\hat{\beta}_2 \hat{\beta}_1)}{p-r}$	$\frac{V_{\beta_2 \beta_1}^{(u)}}{V_E}$
残 差	$S_E = y'y - R^{(u)}(\hat{\beta})$	$n-p$	$V_E = \frac{S_E}{n-p}$	
T	$y'y$			

2.3 主成分分析の電子計算

(i) 計算法

常数項をもつ線型回帰模型に対しては、常数項を除く諸因子の相関係数マトリクスに対して固有値計算を行い新軸に変換するのが得策と考えられる。この場合の n 組の観測変量の線型回帰模型を

$$y = \beta_0^{(i)} + X^{(i)} \beta^{(i)} + e \quad (2.2.16)$$

ただし

$$X^{(i)} = \begin{pmatrix} x_{11}^{(i)} & x_{12}^{(i)} & \cdots & x_{1p}^{(i)} \\ x_{21}^{(i)} & x_{22}^{(i)} & \cdots & x_{2p}^{(i)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1}^{(i)} & x_{n2}^{(i)} & \cdots & x_{np}^{(i)} \end{pmatrix}$$

$$y^i = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$\beta_0^{(i)} = (\beta_0^{(i)}, \beta_0^{(i)}, \dots, \beta_0^{(i)})$$

$$\beta^{(i)} = (\beta_1^{(i)}, \beta_2^{(i)}, \dots, \beta_p^{(i)})$$

$$e^i = (e_1, e_2, \dots, e_n)$$

とするとき、 $X^{(i)}$ は p 個の因子の n 組の確定変数マトリクス、 y は観測変量ベクトル、 $\beta_0^{(i)}$ は常数項ベクトル、 $\beta^{(i)}$ は未知母数ベクトル、 e はランダムノイズベクトルである。 p 個の各因子の平均値および残差平方和の平方根は $i = 1, 2, \dots, p$ に対して、

$$\bar{x}_i^{(i)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ji}^{(i)} \quad (2.2.17)$$

$$\sqrt{S_{ii}^{(i)}} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_{ji}^{(i)} - \bar{x}_i^{(i)})^2} \quad (2.2.18)$$

である。ここで各因子を標準化し、

$$x_{ji} = (x_{ji}^{(i)} - \bar{x}_i^{(i)}) / \sqrt{S_{ii}^{(i)}} \quad (2.2.19)$$

とすれば

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}$$

に対して、線型回帰模型および正規方程式は

$$y = \beta_0 + X\beta + e \quad (2.2.20)$$

$$\begin{pmatrix} n & 0 \\ 0 & X'X \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma y \\ X'y \end{pmatrix} \quad (2.2.21)$$

上式において

$$R = X' X \quad (2.2.22)$$

は相関係数マトリクスとなり、次式

$$U = X L \quad (2.2.23)$$

ただし

$$U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1p} \\ u_{21} & u_{22} & \cdots & u_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & \cdots & u_{np} \end{pmatrix} \quad L = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} & \cdots & l_{1p} \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & l_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ l_{p1} & l_{p2} & \cdots & l_{pp} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} u_1^{(n)}, u_2^{(n)} & \cdots & u_p^{(n)} \end{pmatrix} \quad = \begin{pmatrix} l_1, l_2 & \cdots & l_p \end{pmatrix}$$

によつて X 座標系より U 座標系に直交変換すれば、新軸における線型回帰模型、正規方程式は、

$$y = \beta_0 + U \beta^{(u)} + e \quad (2.2.24)$$

$$\begin{pmatrix} n & 0 \\ 0 & U' U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}^{(u)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma y \\ U' y \end{pmatrix} \quad (2.2.25)$$

したがつて

$$\hat{\beta}_0 = \frac{1}{n} \Sigma y = \bar{y} \quad (2.2.26)$$

$$U' U \hat{\beta}^{(u)} = U' y \quad (2.2.27)$$

とすることが出来る。(2.2.21)における $X'y$ の各要素は次式

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha} x_{\alpha i} y_{\alpha} &= \sum_{\alpha} \frac{(x_{\alpha i} - \bar{x}_i)}{\sqrt{S_{ii}}} y_{\alpha} \\ &= \frac{1}{\sqrt{S_{ii}}} \left\{ \sum_{\alpha} x_{\alpha i}^{(j)} y_{\alpha} - \bar{x}_i \sum_{\alpha} y_{\alpha} \right\} \end{aligned} \quad (2.2.28)$$

によつて計算が可能であり、相関係数マトリクス R の各要素は、残差積和を S_{ij} とすれば、

$$\sum x_i x_j = \frac{S_{ij}}{\sqrt{S_{ii} S_{jj}}} \quad (2.2.29)$$

(2.2.23) 式における L を R の固有マトリクスとし、 λ を R の固有値マトリクスとするとき、(2.2.25) 式における。

$$U' U = \lambda \quad (2.2.30)$$

である。また $U' y$ の各要素は次式によつて計算する。すなわち

$$\begin{aligned} u_i^{(n)} y &= (X l_i)' y = l_i' X' y \\ &= \sum_{j=1}^p \{ l_{ji} \left(\sum_{\alpha=1}^n x_{\alpha j} y_{\alpha} \right) \} \end{aligned} \quad (2.2.31)$$

(2.2.28) 式で計算される $\sum_j x_{0j} y_j$ を上式に代入することによつて (2.2.31) 式の計算が可能である。

したがつて、既述の AOV 表-(1) に対して次の AOV 表-(2) を得、 β_0 および $\beta^{(k)}$ の有意性を検定することが可能である。

なお電子計算には熊大 F A C O M 231 を使用したため、記憶容量の制限を受け、プログラムを分割し演算する方法をとつた。また Jacobi 法により固有値計算を行つた。

A O V 表-(2)

S V	S S	D F	M S	F
0	$\frac{1}{n} (\sum y)^2$	1	$V_0 = \frac{1}{n} (\sum y)^2$	V_0 / V_E
1	$\frac{1}{\lambda_1} (u_1^{(n)} y)^2$	1	$V_1 = \frac{1}{\lambda_1} (u_1^{(n)} y)^2$	V_1 / V_E
2	$\frac{1}{\lambda_2} (u_2^{(n)} y)^2$	1	$V_2 = \frac{1}{\lambda_2} (u_2^{(n)} y)^2$	V_2 / V_E
	\vdots		\vdots	\vdots
p	$\frac{1}{\lambda_p} (u_p^{(n)} y)^2$	1	$V_p = \frac{1}{\lambda_p} (u_p^{(n)} y)^2$	V_p / V_E
残差	$S_E = y'y - \frac{1}{n} (\sum y)^2 - \sum_{i=1}^p \frac{1}{\lambda_i} (u_i^{(n)} y)^2$	$n - (p+1)$	$V_E = \frac{S_E}{n - (p+1)}$	
T	$y'y$			

(2) 計算の手順

オ 1 段階

- ① 因子数 p 、データ組数 n 、およびマトリクス $(X^{(n)}, y)$ を入力データとして与え、正規方程式を作成する。 $X^{(n)} y$ を別の array に格納する。
- ② $p, n, \sum y, y'y$ をパンチアウトする。
- ③ 正規方程式の掃き出し計算のオ 1 段階に表われる各因子の平均値 $\bar{x}_i^{(n)}$ および平方和、積和マトリクスを求め $\bar{x}_i^{(n)}, \sqrt{S_{ii}^{(n)}}$ をプリントする。
- ④ 相関係数マトリクス R および $X'y$ を (2.2.29), (2.2.28) 式に従つて計算し、 $(R, X'y)$ をプリントする。
- ⑤ $(R, X'y)$ をパンチアウトする。
- ⑥ 掃き出し計算を続行し、残差平方和 S_E および根 $\hat{\beta}$ を求め S_E をパンチアウトする。

オ 2 段階

- ① オ 1 段階におけるパンチデータ $p, n, \sum y, y'y$ 、相関係数マトリクス R および S_E を読み込み R を array $A1, A$ に格納する。
- ② 固有値マトリクス λ 、固有マトリクス L の計算およびプリント
- ③ U 座標系に対する正規方程式の根 $\hat{\beta}^{(n)}$ およびその不偏分散 V_{β_i} の計算

$$\hat{\beta}_0 = \frac{1}{n} \sum y, \quad V_{\beta_0} = \frac{1}{n} \frac{S_E}{n-p-1} \quad (2.2.32)$$

$$\hat{\beta}_i^{(u)} = \frac{1}{\lambda_i} u_i^{(u)'} y \quad V_{\beta_i} = \frac{1}{\lambda_i} \frac{S_E}{n-p-1} \quad (2.2.33)$$

ただし、 $i = 1, 2, \dots, p$ であり、 $u_i^{(u)'} y$ は (2.2.31) 式に従って計算する。

④ 有意性の検定

$$\textcircled{a} \quad SS_0 = \frac{1}{n} (\sum y)^2 \quad V_E = \frac{S_E}{n-p-1} \quad F_0 = \frac{SS_0}{V_E} \quad (2.2.34)$$

$$SS_i = \frac{1}{\lambda_i} (u_i^{(u)'} y)^2 \quad F_i = \frac{SS_i}{V_E} \quad (2.2.35)$$

ただし、 $i = 1, 2, \dots, p$

⑤ $F_i > F_{\alpha}(1, n-p-1; 0.05)$ の場合の β_i は有意である。ただし

$i = 0, 1, 2, \dots, p$

⑥ 有意性の検定の結果有意な因子に対する平方和を $SS_i^{(p)}$ とするとき有意な因子に対する残差平方和の計算

$$S_E^{(u)} = y'y - \sum_{i=0}^r SS_i^{(p)} \quad (2.2.36)$$

ただし r は有意な因子数

④ AOV表の作成

⑤ 有意な因子の番号順列 Q の作成

⑥ 固有値ベクトル、固有マトリクス等のパンチアウト

(3) 入力データ

入力データとして p (常数項を除く因子数)、 n (データ組数)、 $(X^{(u)}, y)$ (観測変量マトリクス) を与える。

オ2段階の入力データはオ1段階のパンチアウトデータをそのまま用う。

(4) 出力データ

オ1段階の出力データとして、MEAN (各因子の平均値)、 $D(\sqrt{S_{ii}})$ 、 $R((R, X'y))$ 、 S_E (残差平方和)、 $SB((R, X'y)$ の根) がプリントされる。

また、オ2段階の出力データとして、EV (固有値および固有マトリクス)、 $B(U \text{ 軸に対する偏回帰係数の不偏推定値 } \hat{\beta}^{(u)})$ 、 $V(\hat{\beta}^{(u)})$ の不偏分散)、AOV (分散分析表)、 SS (平方和)、 SS_E (残差平方和 S_E)、 SS_{EV} (有意な因子による残差平方和)、 SS_T (全変動)、 RV_E (回帰偏差の不偏分散の平方根 - E欄に括弧書き)、 DF (自由度)、 F (F値)、LAST (有意な因子に * 印をつける) がプリントされる。

(5) プログラム

図 2.2.1 参照

図 2-2-1 主成分分析の電子計算のプログラム

第 1 段階

```

begin integer i, j, k, p, v, w, x, N;
real YY, R, Se, yy; YY := 0.0; R := 0.0;
procedure Arrayprint(r, r1, l, Z, Y);
value r1, r, l; integer r1, r, l; array Z; string Y;
begin integer v, w, x, g;
procedure P1(s, t);
value s, t; integer s, t;

begin integer h;
CRLF; Space(7);
for h := s step 1 until t do
begin Printx(h, 2); Space(1+5)
end;
CRLF;
end of P1;

Procedure P2(s, t, u);
value s, t, u; integer s, t, u;
begin integer i, j;
for i := 1 step 1 until s do
begin Space(3); printx(i, 2); Space(2);
for j := 1 step 1 until u do
if j < i - t then Space(1+7)
else Printreal(Z[i, j+t], 1);
CRLF;
end
end of P2;

CRLF; Printstring(Y); CRLF;
comment: 7 spaces reserve;
v := 113 div (1+7);
if r1 <= v then
begin P1(1, r1); P2(r, 0, r1);
go to END
end;
w := r1 div v; x := r1 - w*v;
for g := 1 step 1 until w do
begin CRLF; CRLF;
P1(1+(g-1)*v, g*v); P2(g*v, (g-1)*v, v);
end;
if x=0 then go to END;
CRLF; CRLF;
p1(1+w*v, r1); P2(r, w*v, x);
END;
end of Arrayprint;

```

```

procedure SIMEQ3(r,S,c);
  value c, r; integer c, r; array S;
  begin integer i,j,k; real w;
    for k :=1 step 1 until r do
      begin w :=S(k,k);
        S(k,k) :=1.0;
        for j :=1 step 1 until r+1 do
          S(k,j) :=S(k,j)/w;
        for i :=1 step 1 until r do
          if i≠k then
            begin w :=S(i,k);
              S(i,k) :=0.0;
              for j :=1 step 1 until r+1 do
                S(i,j) :=S(i,j)-w*S(k,j);
            end; if c=2 then go to SEND;
          end; SEND:
        end of SIMEQ;

Readinteger(p); Readinteger(N);
begin array X(1:p+1), A(1:p+1,1:p+2), B(1:p+1);
  for i :=1 step 1 until p+1 do
    for j :=1 step 1 until p+2 do
      A(i,j) :=0.0;
      A(1,1) :=N;

  for k :=1 step 1 until N do
    begin for i :=1 step 1 until p+1 do
      Readreal(X(i));
      for j :=1 step 1 until p+1 do
        A(1,j+1) :=A(1,j+1)+X(j);
      for i :=1 step 1 until p do
        A(i+1,1) :=A(i+1,1)+X(i);
      for i :=1 step 1 until p do
        for j :=1 step 1 until p+1 do
          A(i+1,j+1) :=A(i+1,j+1)+X(i)*X(j);
          YY :=YY+X(p+1)*X(p+1);
        end;

    Punchinteger(p); Punchinteger(N);
      for i :=1 step 1 until p+1 do
        B(i) :=A(i,p+2); Punch(B(1)); Punch(YY);
        YY :=B(1)↑2/N;
      SIMEQ3(p+1,A,2);
L: CRLF; Printstring('MEAN'); CRLF;
      for i :=1 step 1 until p do
        begin
          CRLF; Space(3); Printx(i,2); Space(2); printreal(A(1,i+1),6);
        end;

    CRLF; Space(4); Printstring('Y'); Space(2); Printreal(A(1,p+2),6);

```

```

CRLF; CRLF; Printstring('D'); CRLF;
    for i :=1 step 1 until p do
begin
    CRLF; Space(3); Printx(i,2); Space(2);
    Printreal(sqrt(A(i+1,i+1)),6);
end;

comment: correlation computation;
    for i :=1 step 1 until p do
        A(i,p+2) :=(B(i+1)-A(1,i+1)*B(1))/sqrt(A(i+1,i+1));
    for i :=1 step 1 until p do
        for j :=i step 1 until p do
begin
    if i=j then A(i,j) :=1.0 else
        begin A(i,j) :=A(i+1,j+1)/sqrt(A(i+1,i+1)*A(j+1,j+1))
            A(j,i) :=A(i,j);
        end;
    end;
end;

    for i :=1 step 1 until p do
        A(i,p+1) :=A(i,p+2); CRLF;
Arrayprint(p,p,6,A,'R');
    for i :=1 step 1 until p do
        for j :=1 step 1 until p+1 do
            Punch(A(i,j));
        for i :=1 step 1 until p do
            B(i) :=A(i,p+1);
SIMEQ3(p,A,1);

        for i :=1 step 1 until p do
            R :=R+B(i)*A(i,p+1); Se :=YY-R-yy;
CRLF; CRLF; Printstring('Se');
CRLF; Space(3); Printreal(Se,6); Punch(Se);
CRLF; CRLF; Printstring('SB');
CRLF;
        for i :=1 step 1 until p do
begin CRLF; Space(3); Printx(i,2); Space(2);
            Printreal(A(i,p+1),6);
        end; CRLF;
    end
end of Program of Miike;

```

※ 2 段階

```

begin comment reallength :=10; integer i, j, S, p, N, r, r1;
real Se, YY, R, Ses, Fal, Y;
    Readinteger(p); Readinteger(N); Readreal(Y); Readreal(YY);

```

```

begin
  array A1(1:p,1:p+1), A, L(1:p,1:p), SS, F, Fu, K(0:p);
  integer array Q, eta(0:p);
  procedure Aprint2(r,r1,l,Z,Y);
  value r1, r,l; integer r, r1, l; array Z; string Y;
  begin integer v, w, x, g;
    procedure P1(s,t);
      value s, t; integer s, t;
      begin integer h;
        CRLF; Space(7);
        for h := s step 1 until t do
          begin Printx(h,2); Space(1+5)
        end;
        CRLF;
      end of P1;

    procedure P2(s,t,u);
      value s,t,u; integer s,t,u;
      begin integer i,j;
        for i := 1 step 1 until s do
          begin Space(3); Printx(i,2); Space(2);
          for j := 1 step 1 until u do
            Printreal(Z(i,j+t),1);
          CRLF;
        end
      end of P2;

    CRLF; Printstring(Y); CRLF;
    comment: 7 Spaces reserve;
    v := 113 div (1+7);
    if r1 <= v then
      begin P1(1,r1); P2(r,0;r1);
      go to END
    end;

    w := (r1) div v; x := r1 - w*v;
    for g := 1 step 1 until w do
      begin CRLF; CRLF;
      P1(1+(g-1)*v,g*v); P2(g*v,(g-1)*v,v);
      end;
      if x=0 then go to END;
      CRLF; CRLF;
      P1(1+w*v,r1); P2(r,w*v,x);
    END;
  end of Aprint2;

  procedure JACOBI(n,A,E,e);
  value n; integer n,e; array A,E;
  begin integer i,j,p,q;
    real w,w1,w2,w3,mu,lam,ome,sint, cost,eps,M;

```

```

Boolean test;
M := 0.0;
for i := 1 step 1 until n do
for j := 1 step 1 until i do
begin if i=j then E(i,j) := 1.0
else begin E(i,j) := E(j,i) := 0.0;
if abs(A(i,j)) > M then M := abs(A(i,j)) end
end;
eps := M*10.0↑(2-e); Check('EPS=',eps);
EL;
w := 0.0;
for i := 2 step 1 until n do
for j := 1 step 1 until i-1 do
if abs(A(i,j)) > w then
begin w := abs(A(i,j)); p := i; q := j end;
Check('M=',w);
test := abs(w) > eps;
w1 := A(p,p); w2 := A(p,q); w3 := A(q,q);
lam := -w2; mu := 0.5*(w1-w3);
ome := lam/sqrt(lam↑2+mu↑2);
if mu < 0.0 then ome := -ome;
w := sqrt(1.0-ome↑2);
sint := ome/sqrt(2.0*(1.0+w));
cost := sqrt(1.0 - sint↑2);
for i := 1 step 1 until n do
begin w := A(i,p)*cost - A(i,q)*sint;
A(i,q) := A(i,p)*sint + A(i,q)*cost;
A(i,p) := w;
w := E(i,p)*cost - E(i,q)*sint;
E(i,q) := E(i,p)*sint + E(i,q)*cost;
E(i,p) := w
end;
for i := 1 step 1 until n do
begin A(p,i) := A(i,p); A(q,i) := A(i,q) end;
w := 2.0*w2*sint*cost;
A(p,p) := w1*cost↑2 + w3*sint↑2 - w;
A(q,q) := w1*sint↑2 + w3*cost↑2 + w;
A(p,q) := A(q,p) := 0.0;
if test then go to EL
end JACOBI;

for i := 1 step 1 until p do
for j := 1 step 1 until p+1 do
Readreal(A1(i,j));
Readreal(Se);
S := 10;
for i := 1 step 1 until p do
for j := 1 step 1 until p do
A(i,j) := A1(i,j);

```

```

JACOBI(p,A,L,S);
CRLF; CRLF; Printstring('EV');
CRLF; CRLF; Printstring('VAL'); CRLF; CRLF;
CRLF;
for i :=1 step 1 until p do
begin Space(3); Printx(i,2); Space(2); Printreal(A(i,i),6);
Space(3); CRLF;
end;
CRLF; Aprint2(p,p,6,L,'Vec');
CRLF;

for i :=1 step 1 until p do
K(i) :=0.0;
for i :=1 step 1 until p do
for j :=1 step 1 until p do
K(i) :=K(i)+L(j,i)*A(j,p+1);

r :=0; R :=0.0;
CRLF; CRLF; CRLF;
Fal :=Fa(1.0,float(N-p-1));
Check('Fal',Fal);
Printstring('AOV');
CRLF; Printstring('SV SS DF F LAST');
SS(0) :=Y2/N;
F(0) :=SS(0)/(Se/(N-p-1));
for i :=1 step 1 until p do
begin
SS(i) :=K(i)2/A(i,i);
F(i) :=SS(i)/(Se/(N-p-1));
if F(i)<Fal then eta(i) :=0 else eta(i) :=1;
Q(i) :=i*eta(i);
R :=R+SS(i)*float(eta(i));
r :=r+eta(i);
end;
R :=R+SS(0);

Ses :=YY-R;
for i :=0 step 1 until p do
begin
CRLF;
Space(3); Printx(i,2); Space(1); Printreal(SS(i),6); Space(1);
Printx(i,3); Space(1); Printreal(F(i),3);
if F(i)>Fal then begin Space(1); Printstring(' *') end else
Q(i) :=0;
end;
CRLF;

Space(3); Printstring('Eu '); Printreal(Ses,6);
Space(1); Printx(N-r-1,3); Space(1); Printstring('(');
Printreal(sqrt(Ses/(N-p-1)),6); Printstring(')'); CRLF; Space(3);

```

```

Printstring('E '); Printreal(Se,6); Space(1); Printx(N-p-1,3);
Space(1); Printstring('('); Printreal(sqrt(Se/(N-p-1)),6);
Printstring(')'); CRLF; Space(3); Printstring('T ');
Printreal(YY,6); Space(1); Printx(N,3); CRLF;
if F(0)>Fal then begin r1 :=r+1; YY :=YY-SS(0); end
else r1 :=r;

CRLF; CRLF;
Printstring('B'); Space(26); Printstring('V'); Space(12);
Printstring('VS'); CRLF; Space(3); Printx(0,2); Space(2);
Printreal(Y/N,5); Space(1);
Printreal(Se/(N-p-1)/N),5);
for i :=1 step 1 until p do
begin
CRLF; Space(3); Printx(i,2); Space(2); Printreal(K[i]/A(i,i),5);
Space(1); Printreal(Se/(N-p-1)/A(i,i),5);
if F(i)>Fal then begin
Space(1); Printreal(Se/(N-r-1)/A(i,i),5) end;
end;
CRLF;
end
end of program of Miike;

```


2.4 信頼度の検定

主成分分析法によつて有意となつた u 軸によつて構成される U_1 座標系における U_1 因子の従属変量 Y に対する偏回帰係数の不偏推定値 $\hat{\beta}^{(u)}$ の分散は比較的小さいものとなるであらう。

さて、いま観測変量を時系列の中でとらえる場合、もしその観測変量が時間的に安定したものであれば、それを任意に分割した何れの水準に対しても $\hat{\beta}^{(u)}$ の値はほぼ定値をとるべきであらう。すなわち従属変量 y と U_1 因子との間の多次元空間における回帰平面は、時間の如何にかかわらず、多次元空間に固定されるであらう。

したがつて全資料に対して、主成分分析により U 座標系に変換し有意な U_1 因子に対する変換マトリクス L_1 を求め、次に全資料を各時間の区分毎に数個に分割し、ここに分割された j 番目の資料に対して L_1 により U_1 座標系に変換し、最小二乗法により各因子の偏回帰係数 $\hat{\beta}_j^{(u)}$ を求めれば、もしこの時系列が安定したものであれば j の如何にかかわらず、 $\beta_j^{(u)}$ 相互に差異があるとは断定できない筈である。

このことをたとえばアーチダムのたわみの挙動解析に適用すればアーチダムの信頼度の検定が可能となるであらう。重回帰において因子相互に多重共線性が存在する場合、因子のレベルで回帰係数の信頼度を議論するためには、主成分を求めるため、一たん座標軸を廻転する必要があるように思う。

時系列を数個の時間の区分に分割した j 番目の $\beta_j^{(u)}$ と j 番目の $\beta_j^{(u)}$ との間に差異があるかどうかの検定を行う前にまず $\beta_j^{(u)}$ そのものの有意性を帰無仮説により検定する。以下 β の添字 (u) を省略する。

すなわち j 番目の観測変量ベクトル y_j と主成分分析の結果有意となつた因子によつて構成される確定変数マトリクス U_{1j} との間に次の線型回帰模型

$$y_j = \beta_{0j} + U_{1j} \beta_j + e_j \quad (2.2.37)$$

が成立するものとする。ここに β_{0j} , β_j , e_j はおのおの偏回帰係数、偏差ベクトルで、この観測変量の組数を n_j , 有意な因子数を p 、残差平方和を S'_{Ej} 、この正規方程式における正方マトリクスの逆マトリクスの (i, i) 要素を C_{ij} とし、 $k = 1, 2, \dots, n_j$ に対して

$$e_{j,k} \in N(0, \sigma_j^2) \quad (2.2.38)$$

が成立するとき、 β_j の i 要素 β_{ij} とその不偏推定値 $\hat{\beta}_{ij}$ の差に対して

$$\hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij} \in N(0, C_{ij} \sigma_j^2) \quad (2.2.39)$$

$$\therefore \frac{(\hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij})^2}{C_{ij} \sigma_j^2} \in \chi^2(1) \quad (2.2.40)$$

また

$$\frac{S'_{Ej}}{\sigma_j^2} \in \chi^2(n_j - p + 1) \quad (2.2.41)$$

であるから $\hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij}$ と S'_{Ej} が互に独立な分布をするなら

$$\frac{(\hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij})^2}{C_{ij} S_{Ej}^2} (n_j - \overline{p'} + 1) \in F(1, n_j - \overline{p'} + 1) \quad (2.2.42)$$

上式において $\beta_{ij} = 0$ の帰無仮設に対して左辺の値が、自由度 $\{1, n_j - (\overline{p'} + 1)\}$ の F 分布の有意水準 5% における値 $F_{\alpha}(1, n_j - \overline{p'} + 1; 0.05)$ より大きい場合は $\beta_{ij} = 0$ の仮設は棄却され、 β_{ij} は有意と考えられる。

この有意な β_j とたとえば 1 番目の β_{i1} との間に差異があるかどうかの検定は次のようにすればよいであろう。すなわち

$$\hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij} \in N(0, C_{ij} \sigma_j^2) \quad (2.2.43)$$

$$\hat{\beta}_{i1} - \beta_{i1} \in N(0, C_{i1} \sigma_i^2) \quad (2.2.44)$$

であるから $\beta_j = \beta_{i1}$, $\sigma_j^2 = \sigma_i^2 = \sigma^2$ の仮設に対して、

$$\hat{\beta}_{ij} - \hat{\beta}_{i1} \in N(0, C_{ij} + C_{i1} \sigma^2) \quad (2.2.45)$$

$$\therefore \frac{(\hat{\beta}_j - \hat{\beta}_{i1})^2}{(C_{ij} + C_{i1}) \sigma^2} \in \chi^2(1) \quad (2.2.46)$$

また (2.2.41) より、

$$\frac{S_{Ej}^2 + S_{E1}^2}{\sigma^2} \in \chi^2(n_j + n_1 - 2\overline{p'} + 1) \quad (2.2.47)$$

$$\therefore \frac{\frac{(\hat{\beta}_{ij} - \hat{\beta}_{i1})^2}{C_{ij} + C_{i1}}}{\frac{S_{Ej}^2 + S_{E1}^2}{n_j + n_1 - 2\overline{p'} + 1}} \in F(1, n_j + n_1 - 2\overline{p'} + 1) \quad (2.2.48)$$

上式左辺の値が $F_{\alpha}(1, n_j + n_1 - 2\overline{p'} + 1; 0.05)$ より大きい場合は帰無仮設は棄却され β_{i1} と β_{ij} の間に差異があると判定されるであろう。

全資料に対して各因子を標準化して主成分分析を行う場合、各年度毎の (2.2.37) 式における U_j は、この標準化された j 年度における資料 X_j に対して、

$$U_j = X_j L_1 \quad (2.2.49)$$

によつて計算しなければ、回帰係数 $\beta_j^{(u)}$ の差の比較検定を行うことができない。この場合の正規方程式は、有意な p' 個の U_1 因子に対して新たに通し番号を付けるとき、

$$\begin{bmatrix} n_j & \sum u_{1j} & \sum u_{2j} & \cdots & \sum u_{p'j} \\ \sum u_{1j} & & & & \\ \sum u_{2j} & & & & \\ \vdots & & & & \\ \sum u_{p'j} & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{0j} \\ \beta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_j \\ U_{1j} y_j \end{bmatrix} \quad (2.2.50)$$

であり、上式における

$$U_{1j} U_{1j} = (X_j L_1)' (X_j L_1) = L_1' (X_j' X_j) L_1 \quad (2.2.51)$$

$$U_{1j} y_j = (X_j L_1)' y_j = L_1' (X_j' y_j) \quad (2.2.52)$$

$$U_{1j} I_n = \begin{bmatrix} \sum u_{1j} \\ \sum u_{2j} \\ \vdots \\ \sum u_{p'j} \end{bmatrix} = (X_j L_1)' I_n = L_1' X_j' I_n = L_1' \begin{bmatrix} \sum x_{1j} \\ \sum x_{2j} \\ \vdots \\ \sum x_{p'j} \end{bmatrix} \quad (2.2.53)$$

で I_n は n 行単位ベクトルであり、偏回帰係数の不偏推定値の計算が可能である。

$$\frac{(\hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij})^2}{C_{ij} \sigma_j^2} \text{ が } S_E \text{ とは独立に } \chi^2(1) \text{ の分布をすることを証明しよう。}^{2.16)}$$

(解)

(2.1.11.) 式に従い、等重の場合には

$$\hat{\beta} - \beta = S^{-1} X' e \quad (2.2.54)$$

である。 e_i ($i = 1, 2, \dots, n_j$) は互に独立な共通分散 σ_j^2 の正規分布をするから

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij} &\in N\{0, (S^{-1} X')_{ij} (S^{-1} X')'_{ij} \sigma_j^2\} \\ &\in N\{0, (S^{-1} X' X S^{-1})_{ij} \sigma_j^2\} \\ &\in N(0, C_{ij} \sigma_j^2) \end{aligned} \quad (2.2.55)$$

$$\frac{(\hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij})^2}{C_{ij} \sigma_j^2} \in \chi^2(1) \quad (2.2.56)$$

ここに添字 i は i 行要素、添字 $i \cdot 1$ は i 行 1 列要素を表わす。

$$B \equiv \frac{(\hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij})^2}{S_{ii}^{-1}} = (\hat{\beta} - \beta)' E S^{-1} E (\hat{\beta} - \beta) \quad (2.2.57)$$

なる二次形式で表示することができる。ここに、

$$E = \begin{bmatrix} 0 & & & 1 \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ 1 & & & 1 \\ & & & & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.58)$$

である。(2.2.57) に (2.2.54) を代入すれば

$$B = e' X S^{-1} E S^{-1} E S^{-1} X' e = e' B e \quad (2.2.59)$$

ここに

$$B = X S^{-1} E S^{-1} E S^{-1} X' \quad (2.2.60)$$

であり、(2.1.37) 式より、

$$S_E = e' (I - X S^{-1} X') e = e' (I - A) e \quad (2.2.61)$$

しかるに

$$\begin{aligned} B(I - A) &= B - B A \\ &= B - X S^{-1} E S^{-1} E S^{-1} X' X S^{-1} X' \\ &= B - B = 0 \end{aligned} \quad (2.2.62)$$

であるから、 S_E と B とは独立であることが証明された。

〔3〕異重回帰における一元配置論

3.1 要 旨

重回帰線型回帰モデルにおける観測変量を時系列の中でとらえ、これが時間的に変動するかどうかを主成分分析法によつて検定する方法についてはすでに述べたとおりである。

ここで理論を展開する重回帰における一元配置論は、回帰偏差の不偏分散の時間的変動から回帰の構造の変化の有無を検定しようと言う一試みであり、一種の共分散分析である。

級間変動の効果および因子Xを併合した線型重回帰モデルに対して共分散分析を行う手法^{2.17)}についてはすでに理論の展開が行われているがここでは観測変量yから因子Xの影響を差し引いて一元配置の分散分析を行う方法^{2.18)}で、回帰係数の級間変動をも同時に検定することができる。

また観測変量yと因子Xとの重回帰構造における回帰偏差の分散が、水準毎に変動する異重回帰における場合を取り上げる。

図 2.3.1 重回帰における一元配置論

3.2 理 論

観測変量yの真の値を μ とし、偏差を e^0 とすれば

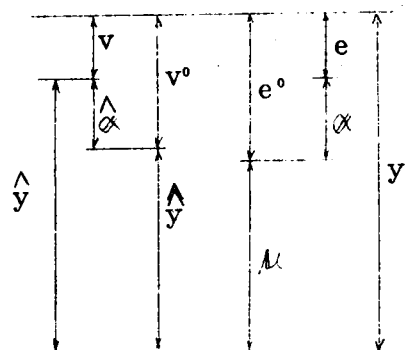
$$y = \mu + e^0 \quad (2.3.1)$$

ここに資料をm個の水準に分割し、

$$\mu' = (\mu'_1, \mu'_2, \dots, \mu'_m)$$

$$y' = (y'_1, y'_2, \dots, y'_m)$$

$$e^{0i} = (e^{0i}_1, e^{0i}_2, \dots, e^{0i}_m)$$



とする。単変量の場合は、 μ は一般にすべての水準に対して同一である。しかし、 μ が因子Xと重回帰の関係にあるとき、 μ は因子Xによつて、したがつて一般に各水準によつて異なり、 $i = 1, 2, \dots, m$ に対して

$$\mu'_i = (\mu_{i1}, \mu_{i2}, \dots, \mu_{i \cdot n_i})$$

$$y'_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{i \cdot n_i})$$

$$e^{0i} = (e^{0i}_1, e^{0i}_2, \dots, e^{0i \cdot n_i})$$

である。この幾つかに分割された観測変量yの真の値が実は $\mu_i + \alpha_i$ であつたとする。もし α_i が零でない場合はyの真の値は各水準によつて変動することを意味するであろう。

しかるとき $i = 1, 2, \dots, m$ に対して

$$y_i = \mu_i + \alpha_i + e_i \quad (2.3.2)$$

ここに

$$\alpha_i' = (\alpha_{i,1}, \alpha_{i,2}, \dots, \alpha_{i,n_i})$$

$$e_i' = (e_{i,1}, e_{i,2}, \dots, e_{i,n_i})$$

であり

$$\alpha' = (\alpha_1', \alpha_2', \dots, \alpha_m')$$

$$e' = (e_1', e_2', \dots, e_m')$$

とする。(2.3.1)式における μ の推定値を $\hat{\bar{y}}$, 残差を v^0 とすると

$$y = \hat{\bar{y}} + v^0 \quad (2.3.3)$$

(2.3.2)式における α_i の推定値を $\hat{\alpha}_i$, 残差を v_i とすると

$$\begin{aligned} y_i &= \hat{\bar{y}} + \hat{\alpha}_i + v_i \\ &= \hat{\bar{y}} + v_i \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

ただし

$$\hat{\bar{y}} = \hat{\bar{y}} + \hat{\alpha} \quad (2.3.5)$$

(2.3.3), (2.3.4)から

$$v^0 = \hat{\alpha} + v \quad (2.3.6)$$

ここに $\hat{\bar{y}}$, $\hat{\bar{y}}$, $\hat{\alpha}$, v , v^0 なるベクトル量は y , α , e と同様に定義されるものとする。

(2.3.6)式から

$$\begin{aligned} v^{0'} Q v^0 &= (\hat{\alpha} + v)' Q (\hat{\alpha} + v) \\ &= \hat{\alpha}' Q \hat{\alpha} + v' Q v + 2 \hat{\alpha}' Q v \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

ここに Q は各水準の重さを表わすマトリクスで、次のように定義されるものとする。

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & & \\ & q_2 & \\ & & \ddots \\ & & & q_m \end{bmatrix} \quad q_i = \begin{bmatrix} q_{i1} & & \\ & q_{i2} & \\ & & \ddots \\ & & & q_{in_i} \end{bmatrix}$$

さて、単変量の場合で $\hat{\bar{y}}$ が y の全資料に対する算術平均値、 $\hat{\bar{y}}$ が y の各水準毎の算術平均値である場合、

$$\sum_j q_{ij} v_{ij} = 0$$

であるから、もし $i = 1, 2, \dots, m$ に対して $\alpha_i = (\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{in_i})$ の仮設が成立するなら

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}' Q v &= \sum_i \hat{\alpha}_i' q_{ij} v_{ij} \\ &= \sum_i \hat{\alpha}_{ij} \sum_j q_{ij} v_{ij} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\therefore v^{01} Q v^0 = \hat{\alpha}' Q \hat{\alpha} + v' Q v \quad (2.3.8)$$

ここに $\hat{\alpha}' Q \hat{\alpha}$ は級間変動 S_{EA} , $v' Q v$ は級内変動 S_{EE} で $v^{01} Q v^0$ を全変動 S_{E0} とすれば、

$$S_{E0} = S_{EA} + S_{EE} \quad (2.3.9)$$

この関係は単変量の場合における一元配置論として周知のとおりである。

$\hat{\hat{y}}$ あるいは $\hat{\hat{y}}$ を重回帰における従属変量 y の全資料、あるいは各水準毎の推定値とし、
 y より $\hat{\hat{y}}$ あるいは $\hat{\hat{y}}$ を差し引いた残差について考えれば、一元配置論を重回帰の場合に拡張することが可能である。

さて、 y と X との間に (2.1.2) 式に従い、

$$y = X \beta^0 + e^0 \quad (2.3.10)$$

なる回帰関係が成立する場合には (2.1.3) 式により、 β^0 の不偏推定値 $\hat{\beta}^0$ および重さのマトリクス Q^0 に対して、

$$X' Q^0 X \hat{\beta}^0 = X' Q^0 y \quad (2.3.11)$$

$$\hat{\hat{y}} = X \hat{\beta}^0 \quad (2.3.12)$$

が成立する。観測変量を m 個の水準に分割し、 i 番目の水準に対して、

$$y_i = X_i \beta_i + e_i \quad (2.3.13)$$

である場合には、同様に

$$X_i' X_i \hat{\beta}_i = X_i' y_i \quad (2.3.14)$$

$$\hat{\hat{y}}_i = X_i \hat{\beta}_i \quad (2.3.15)$$

が成立するであろう。ここに

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix} \quad X_i = \begin{bmatrix} x_{i11} & x_{i12} & \cdots & x_{i1p} \\ x_{i21} & x_{i22} & \cdots & x_{i2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{in_{i1}} & x_{in_{i2}} & \cdots & x_{in_{ip}} \end{bmatrix}$$

$$\beta^{01} = (\beta_1^0, \beta_2^0, \dots, \beta_p^0)$$

$\hat{\beta}^0, \hat{\hat{\beta}}$ も β^0 と同様のベクトル量と定義する。なお級間変動のある場合は、 e の分散は必ずしも e^0 の分散と一致しないため重さのマトリクス Q^0 は各水準の重さ Q と一致しない。

しかるときこの場合に対しても (2.3.3) ~ (2.3.7) 式がそのまま成立し、かつ常数項を含む回帰構造に対して $\sum_j v_{ij} = 0$ であることが推察される。

$$\therefore \sum_{j=1}^{n_i} q_i v_{ij} = 0$$

したがって (2.3.7) 式において、もし $\alpha'_i = (\alpha_i, \alpha_i, \dots, \alpha_i)$ の仮設が成立するならば

$$\hat{\alpha}' Q v = 0$$

となり、(2.3.8)、(2.3.9)式が成立する。

さて、重さのマトリクス Q の対角要素 q_i は重さ 1 の分散を σ^2 、 i 水準における偏差 e_i の分散を σ_i^2 とすれば

$$q_i = \frac{\sigma^2}{\sigma_i^2} \quad (2.3.16)$$

である。既述のように $\alpha \neq 0$ の場合は e の分散は e^0 の分散と一致しない。また Q は Q^0 と一致しない。

しかし (2.3.2) 式において $\alpha = 0$ の仮設を設けると、

$$e = e^0$$

また

$$Q = Q^0$$

となり、重さ Q を用いて、(2.1.7) に従い計算された S_{E0} は、全変動となり、(2.1.27) 式により、

$$\frac{S_{E0}}{\sigma^2} \in \chi^2 (n - p) \quad (2.3.17)$$

また

$$S_{E_i E_i} = y_i' q_i y_i - \hat{\beta}_i' X_i' q_i y_i \quad (2.3.18)$$

とすると、

$$\frac{S_{E_i E_i}}{\sigma_i^2} \in \chi^2 (n_i - p) \quad (2.3.19)$$

$$\therefore \frac{S_{E_i E_i}}{\sigma_i^2} \in \chi^2 (n - m p) \quad (2.3.20)$$

$$\therefore \frac{S_{E_i E_i}}{\sigma_i^2} = \frac{S_{E0} - S_{EE}}{\sigma^2} \in \chi^2 (\overline{m-1} p) \quad (2.3.21)$$

$$\therefore \frac{\frac{S_{E_i E_i}}{(\overline{m-1} p)}}{\frac{S_{EE}}{n - m p}} \in F (\overline{m-1} p, n - m p) \quad (2.3.22)$$

上式における左辺が有意水準 5% における $F_{\alpha} (\overline{m-1} p, n - m p; 0.05)$ より大きい場合は仮設は棄却され各水準の間に差異があると判定されるであろう。實際上、母分散 σ_i^2 を求めることは不可能であるので、その不偏推定値 V_{E_i} によつて重さを評価する。

なお各水準間の分散に差異があるかどうかの判定は次のようにすればよいであろう。
すなわちもし各水準の分散の間に差異が無いとの仮設を立てるとき 次式

$$\frac{S_{E_i E_i}}{\sigma_i^2} \in \chi^2 (n_i - p_i) \quad (2.3.23)$$

$$\frac{S_{E_i E_i}}{\sigma_i^2} \in \chi^2 (n_i - p_i) \quad (2.3.24)$$

において $\sigma_c^2 = \sigma_1^2$ であるから

$$\frac{\frac{S_{EEc}}{n_c - p_c}}{\frac{S_{EE1}}{n_1 - p_1}} \in F(n_c - p_c, n_1 - p_1) \quad (2.3.25)$$

上式左辺が有意水準 5% における $F_\alpha(n_c - p_c, n_1 - p_1; 0.05)$ より大きい場合には両水準の分散の間に差異があると判断されるであろう。ここに p_c は c 水準における因子数で各水準における因子数は相違するものとする。

各水準の分散の間に差異があれば、異重回帰における一元配置論によつて各水準の間の級間変動効果の存在の有無を判定すべきであろう。

S_{EE} と S_{EA} が仮設 $\alpha = 0$, したがつて $e = e^0$, $Q = Q^0$ の下で互に独立の分布をし、

$$\frac{S_{EA}}{\sigma^2} \sim \chi^2(m-1, p) \text{ であることは次のように証明される。}$$

〔解〕

簡単のために等重の場合について説明する。異重の場合は X , e の代りに $Q^{\frac{1}{2}}X$, $Q^{\frac{1}{2}}e$ を用いれば、まったく同様に証明できる。

X を次のように m 組のクラスに分割する。すなわち、

$$X' = (X_1', \dots, X_c', \dots, X_m') \quad (2.3.26)$$

(2.1.37) 式に従い

$$S_{EE} = e' (I_{n,n} - A_0) e \quad (2.3.27)$$

ここに

$$A_0 = X S^{-1} X' \quad (2.3.28)$$

同様に

$$S_{EEc} = e_c' (I_{c,c} - A_{Ec}) e_c \quad (2.3.29)$$

ここに

$$A_{Ec} = X_c S_c^{-1} X_c' \quad (2.3.30)$$

$$\therefore S_{EE} = e' (I_{n,n} - A_E) e \quad (2.3.31)$$

ここに

$$A_E = \begin{pmatrix} A_{E1} & & & \\ & A_{E2} & & 0 \\ & & \ddots & \\ & & & A_{Ec} \\ 0 & & & & A_{Em} \end{pmatrix} \quad (2.3.32)$$

$$\begin{aligned}\therefore S_{EA} &= S_{EO} - S_{EE} \\ &= e' (A_E - A_0) e\end{aligned}\quad (2.3.33)$$

しかるに

$$(I - A_E) \cdot (A_E - A_0) = A_E - A_0 - A_E^2 + A_E A_0 \quad (2.3.34)$$

であり、 $A_{E\ell}^2 = A_{E\ell}$ であるから、

$$A_E^2 = \begin{bmatrix} A_{E1}^2 & & 0 \\ & A_{E\ell}^2 & \\ 0 & & A_{Em}^2 \end{bmatrix} = A_E \quad (2.3.35)$$

また

$$A_0 = [A_{01}, \dots, A_{0\ell}, \dots, A_{0m}] \quad (2.3.36)$$

とすれば、(2.3.28)式より

$$A_0 = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix} S^{-1} X' = \begin{bmatrix} X_1 S^{-1} X' \\ \vdots \\ X_m S^{-1} X' \end{bmatrix}$$

であるから

$$A_{0\ell} = X_\ell S^{-1} X' \quad (2.3.37)$$

を得る。したがって

$$\begin{aligned}A_{E\ell} A_{0\ell} &= X_\ell S^{-1} X' X_\ell S^{-1} X' \\ &= A_{0\ell}\end{aligned}\quad (2.3.38)$$

であり

$$\begin{aligned}A_E A_0 &= \begin{bmatrix} A_{E1} & & 0 \\ & A_{E\ell} & \\ 0 & & A_{Em} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{01} \\ A_{0\ell} \\ A_{0m} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_{E1} \cdot A_{01} \\ \vdots \\ A_{E\ell} \cdot A_{0\ell} \\ \vdots \\ A_{Em} \cdot A_{0m} \end{bmatrix} = A_0\end{aligned}\quad (2.3.39)$$

(2.3.35), (2.3.39) 式を、(2.3.34) 式に代入すれば、

$$(I - A_E) (A_E - A_0) = 0 \quad (2.3.40)$$

したがって S_{EE} と S_{EA} は互に独立な分布をする。

なお

$$\frac{S_{E0}}{\sigma^2} = \frac{S_{EE}}{\sigma^2} + \frac{S_{EA}}{\sigma^2}$$

$$\text{で } \frac{S_{EE}}{\sigma^2} \in \chi^2 (n - m p)$$

$$\frac{S_{E0}}{\sigma^2} \in \chi^2 (n - p)$$

で S_{EE} と S_{EA} は互に独立であるから、

$$\frac{S_{EA}}{\sigma^2} \in \chi^2 (m - 1 p)$$

であることが推察される。

最小二乗法により誘導された残差の和が、常数項を含む回帰構造に対して零となることは次のように証明される。

〔解〕 残差を v とするとき (1) の考察により、

$$\begin{aligned} v &= y - \hat{y} \\ &= y - X (X' X)^{-1} X' y \\ &= (I - A) y \end{aligned} \quad (2.3.41)$$

すべての要素が 1 である単位列ベクトルを I_n とするとき、残差の和は、

$$\begin{aligned} I_n' v &= I_n' (I - A) y \\ &= (I_n' - I_n' A) y \end{aligned} \quad (2.3.42)$$

しかるに (2.1.49) 式より等重の場合

$$A X = X \quad (2.3.43)$$

であり常数項を含む場合の X は、単位ベクトル I_n と常数項を含まないマトリクス X_1 によつて

$$X = (I_n, X_1)$$

のように分割される。この関係を (2.3.43) 式に代入すれば、

$$A I_n = I_n \quad (2.3.44)$$

であり、上式を転置して、(2.3.42) 式に代入すれば、

$$\begin{aligned} I_n' v &= (I_n' - I_n') y \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.3.45)$$

すなわち、残差の和が必ず零となることが証明された。

〔4〕重回帰分析における信頼性理論の適用について

4.1 要 旨

重回帰模型における観測変量を幾つかの水準に分割して、もし回帰の構造が各水準に対して不変である場合には各水準における分散 σ^2 の値も変動しないであろう。

したがって、いま観測変量を時系列としてとらえ、これを幾つかの水準に分割し、各水準に対して σ^2 が変動する場合には、ここに取り上げた因子では説明できない何らかの影響が回帰の構造に変化を生ぜしめたことを意味する。

ここに展開する理論は、各水準における分散の変動に対して、信頼性理論を適用しようと言う一つの試みである。

4.2 理 論

(1) 概 説

信頼性理論によれば、破損の型を大きく、初期破損、偶然破損、摩耗破損の3つに分類している。^{2.19)・2.20)} 初期破損とは、運転の初期に表われる故障でその破損率は大きく、ディバッキング過程で初期破損を無くすことができるとされている。初期破損を経た構成品は偶然破損に移行する。偶然破損は不規則にランダムに発生すると言う。

さらに寿命に達した構成品の破損率は急激に増加する。この場合の破損を摩耗破損という。

さて、ある組織の大きさ x が次第に破損し、その大きさが減少する過程を考えてみよう。組織の大きさ x の時間 t における減少率 $-\frac{dx}{dt}$ がその時点における組織の大きさ x と、衝撃 λ の関数 $g(\lambda)$ の積として 次式

$$-\frac{dx}{dt} = \lambda \cdot g(x) \quad (2.4.1)$$

のとおり表わされ、かつ

$$g(x) = x \quad (2.4.2)$$

である場合には、

$$x = e^{-\lambda t} \quad (2.4.3)$$

である。

x を偶然破損における残存の確率 R とすると、 λ は一定となり

$$R = e^{-\lambda t} \quad (2.4.4)$$

であり、破損の確率 F は、

$$F = 1 - e^{-\lambda t} \quad (2.4.5)$$

したがって、単位時間あたり破損する確率すなわち破損の密度関数

$$f = \frac{dF}{dt} = \lambda e^{-\lambda t} \quad (2.4.6)$$

を得る。^{2.21)}

(2) 重回帰分析における信頼性理論の適用

さて、ある水準における重回帰における偏差を e_i とし、 μ を観測変量 y の期待値とすれば、

$$y = \mu + e_i \quad (2.4.7)$$

である。偏差 e_i を、初期における基本的偏差 e_0 と、その後の何らかの破損のために追加される偏差 e_{Fi} および、各水準の間において非可逆的破損の進行のために生ずる偏差 e_{fi} に分解されるものとすれば、

$$e_i = e_0 + e_{Fi} + e_{fi} \quad (2.4.8)$$

が成立し、各偏差が独立で、その分散をおのおの σ_e^2 , σ_0^2 , σ_{Fi}^2 , σ_{fi}^2 とするとき

$$\sigma_e^2 = \sigma_0^2 + \sigma_{Fi}^2 + \sigma_{fi}^2 \quad (2.4.9)$$

あるいは各分散の不偏推定値を $\hat{\sigma}_e^2$, $\hat{\sigma}_0^2$, $\hat{\sigma}_{Fi}^2$, $\hat{\sigma}_{fi}^2$ とするとき

$$\hat{\sigma}_e^2 = \hat{\sigma}_0^2 + \hat{\sigma}_{Fi}^2 + \hat{\sigma}_{fi}^2 \quad (2.4.10)$$

さて、ここで破損の確率 F に対して、概略

$$\hat{\sigma}_{Fi}^2 \propto F_{Fi} \quad (2.4.11)$$

$$\hat{\sigma}_{fi}^2 \propto \frac{dF_{fi}}{dt} \quad (2.4.12)$$

であると仮定すれば常数 k_F , k_f , k に対して、

$$\hat{\sigma}_e^2 = \hat{\sigma}_0^2 + k_F F_{Fi} + k_f \frac{dF_{fi}}{dt} + k \quad (2.4.13)$$

上式に (2.4.5), (2.4.6) 式を代入し、かつ $t=0$ で $\hat{\sigma}_e^2 = \hat{\sigma}_0^2$ の条件を考慮すれば、

$$\hat{\sigma}_e^2 - \hat{\sigma}_0^2 = k_F (1 - e^{-\lambda_F t}) - k_f \lambda_f (1 - e^{-\lambda_f t}) \quad (2.4.14)$$

とくに $\lambda_F = \lambda_f$ である場合には、

$$\frac{\hat{\sigma}_e^2}{\hat{\sigma}_0^2} - 1 = K (1 - e^{-\lambda t}) \quad (2.4.15)$$

ただし

$$K = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{\hat{\sigma}_e^2}{\hat{\sigma}_0^2} - 1 \right) \quad (2.4.16)$$

を得る。

上式は言わば、系の破損の確率が一種のワイブル分布^{2.22)}

$$F(t) = 1 - e^{-(t-r)^m/t_0}$$

に従うことを意味する。

λ が次第に増加を開始する場合には、系は摩耗破損に従い破損を始めたものと考えられるから、系の点検修理が必要である。すなわち λ が t の増加関数であれば、“予防保全”^{2,23)}を行う必要がある。

Ⅲ アーチダムの挙動を支配する諸要因

〔1〕概 説

貯水または取水の目的をもつて、河谷を横断して築造されるアーチダムは、水圧荷重を支持し、これをアーチおよび片持ばり作用によつて基底および側壁の岩盤に広く分布せしめる構造物であり、アーチダムのたわみ、応力におよぼす静動水圧の影響は大きい。

アーチダムはまた高次の不静定構造物であるから、同時にかなり温度荷重に支配され変形する。

その外、アーチダムの設計条件として考えられる外力^{3.1)・3.2)・3.3)}すなわち、自重、揚圧力、泥圧、水柱、地震力、波圧、風圧、セッシュ等はすべて、アーチダムの挙動を支配する要因であるが、この解析においては、主として平時におけるたわみおよびひずみ、応力の解析を主体とし、地震力、動水圧、風圧、波圧等のアーチダムの長い材令から見れば瞬間的挙動の解析は行わない。

しかし、地震、動水圧がかりに基礎あるいは堤体の構造に変化を惹起すれば、間接的にアーチダムの変位に対して、作用後何らかの効果を及ぼすことが考えられる。この効果は、流動変形として取り扱われるであろう。

また本解析においては、名実ともにアーチダムとしての機能を発揮するたん水開始の時点以降のアーチダムの挙動を対象とし、たん水開始以前のコンクリート打設後、グラウトを経てたん水開始までの堤体内部の温度、ひずみ等の現象は、原則として取り扱わない。

外荷重によつてアーチが変形すれば、自重による曲げモーメントに多少の増減があるものと考えられる。しかしその値は僅少で、たん水後に解析の範囲を限れば、自重の効果は、ほとんど無視されるであろう。

〔2〕流 動 変 形

2.1 概 説

アーチダムのたん水開始以前の応力、ひずみ、たわみは、コンクリートの水和熱、クリープ、人工的グラウト、クーリング等の影響を受け、きわめて複雑な履歴を呈するのでたん水開始以降のアーチダムの挙動解析にその範囲を限るとしても、なお完全に弾性、可逆的変形のみによつて、現象のすべてを説明することは到底不可能と考えられる。

ここでは弾性論では説明できない一切の現象を広義の“流動変形”と定義する。

レオロジーの理論^{3.4)}によれば流動変形の基本型を塑性流動と粘性流動に区分し、塑性流動とは“降伏点以上における変形で永久変形の部分を言い、弾性と一様にだけ認められる現象”であり、クリープまたは遅延弾性とは、“ある時点から一定の応力をかけるとき、物体の変形が一時に起らず時間と共に増大し、一定の値に漸近する粘弾性的現象”を言う。

さて、アーチダムのかん水開始以降における流動変形として、考えられる種々の現象を列挙してみよう。

まずアーチダム本体について次の諸点が考えられる。

- (1) 堤体コンクリートのクリープおよび塑性変形
- (2) 堤体コンクリートのクラック発生による剛性の低下、あるいはそのための揚圧力の増大
- (3) 堤体継目の開閉
- (4) コンクリート硬化に基づく弾性係数の増大^{3.5)・3.6)}
- (5) 損食、たとえば石灰分の遊離等による強度の低下
- (6) コンクリートのアルカリ骨材反応等にもなる自己成長^{3.30)}
- (7) ダム本体の基礎接触面における滑り^{3.7)}

基礎岩盤に対して、

- (1) 岩盤を構成する岩石のクリープおよび塑性変形
- (2) 基礎岩盤の締まり的圧縮による体積の減少、あるいはそのための変形係数の増大、すなわち空隙の減少に抵抗する最弱岩石の小規模破壊
- (3) 基礎岩盤の圧密現象、すなわち、圧力水を消滅することによつて生ずる圧縮現象、あるいはそのための変形係数の増大
- (4) 基礎岩盤を構成する岩石の圧潰
- (5) 基礎岩盤におけるクラックの発生
- (6) クラック面におけるすべり変形の進行
- (7) 風化あるいは湿潤した岩石の物理性質の変化に伴う弾性係数の低下
- (8) ダム下流直下の放水による洗掘の進行
- (9) 基礎グラウトセメントの流出に伴う諸現象^{3.9)}
- (10) 地殻の変動、地震、氷圧、泥圧の影響^{3.8)}

2.2 流動変形の粘弾性論的取り扱い

時間 θ_i における何らかの刺激 x に対して応答 y が、 $\theta > \theta_i$ なる θ と共に変化し、次式

$$y(\theta) = \int_{-\infty}^{\theta} \varphi(\theta, \theta_i) \frac{dx(\theta_i)}{d\theta_i} d\theta_i \quad (3.2.1)$$

で与えられる場合、これを、ボルツマンの重畳原理^{3.10)}と言う。 $\varphi(\theta, \theta_i)$ は単位の刺激に対する応答の時間的变化を示す余効関数と言われるもので、 $\theta < \theta_i$ において $\varphi(\theta, \theta_i) = 0$ である。

x をコンクリートに作用する応力 σ 、 y をクリープ ϵ_c と考えれば、Davis-Granvill^{3.11)}およびWhitneyの法則により、上式はクリープ現象にそのまま適用できる。

単位の応力によるクリープ ϵ_{c1} は、余効関数 $\varphi(\theta, \theta_i)$ であり、 $\theta < \theta_i$ において $\varphi(\theta, \theta_i) = 0$ となる次式

$$\epsilon_{c1} = k_i \log \left(\frac{1 + \theta}{1 + \theta_i} \right) \quad (3.2.2)$$

ただし、 $\theta < \theta_i$ において $\epsilon_{ci} = 0$
 で与えられるものとすれば、^{3.12)} ボルツマンの重畳原理により

$$\epsilon_c = \sum_{\theta_i} K_i \log \left(\frac{1 + \theta}{1 + \theta_i} \right) \frac{d\sigma_i}{d\theta_i} d\theta_i \quad (3.2.3.)$$

であり、

$$K_i = K_i \frac{d\sigma_i}{d\theta_i} d\theta_i \quad (3.2.4.)$$

とすれば、

$$\epsilon_c = \sum K_i \log \left(\frac{1 + \theta}{1 + \theta_i} \right) \quad (3.2.5.)$$

が成立する。

同様、本解析における流動変形 δ_θ に対しても (3.2.5) 式を拡張適用できるものとし、

$$\delta_\theta = \sum K_i \log \left(\frac{1 + \theta}{1 + \theta_i} \right) \quad (3.2.6.)$$

ただし、 $\theta < \theta_i$ において、 $\delta_\theta = 0$
 とする。^{3.13)}

〔3〕 温 度 荷 重

3.1 概 説

アーチダムは堤体の厚さが薄く、高次の不静定構造物であるため外気温の周期的変動にともなつて堤体温度も周期的に変動し、内部に拘束応力およびひずみを生じ堤体は変形する。

堤内各部の温度分布は一様でなく、半径方向に対して夏型温度分布は下に凸、冬型温度分布は上に凸の曲線を描き、その遷移点は4月および10月である。^{3.14)} (図3.3.1参照)

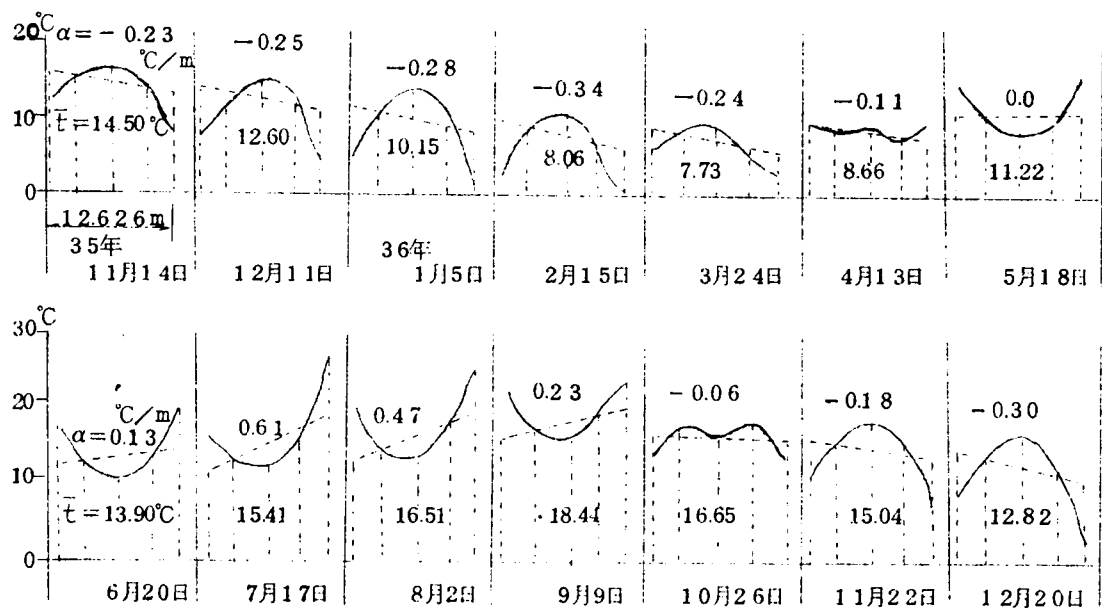


図-3.3.1 二瀬ダム半径方向温度分布変動図 (E.L. 515 クラウンカンティレバー)

一般にこの半径方向温度分布が図 3. 3. 2 の CDE である場合には、これと等値の効果をもつ等値直線温度こう配 $C'E'$ が堤体に生じたものとしてアーチダムのたわみを解析すればよい。

等値直線温度分布とは、上流端 O 点のまわりの一次モーメントと面積が実際の温度分布 $CDEFO$ のそれと等しいような台形温度分布 $C'E'FO$ を言い、堤体平均温度 \bar{t} と等値直線温度こう配 α によつて決定することができる。^{3.15)・3.16)}

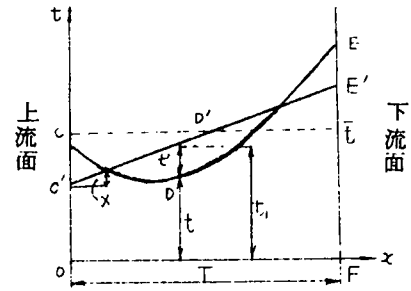


図 3.3.2 アーチダムの温度分布図

しかしながら堤体応力を検討する場合には、この等値直線温度分布に対するアバウトメントの拘束に基づく応力に、実際の温度 t と等値直線温度 t_i との差 t' に基づく応力を加える必要がある。これを自己拘束応力と称することにする。

3.2 温度荷重に関する弾性力学的考察

物体内部の温度分布が一様でないことから生ずる応力は一種の固有応力と考えられる。^{3.17)} この固有応力が作用しないときの直交 x, y 方向のひずみ（固有応力源ひずみ）を ${}^0\epsilon_{xx}$, ${}^0\epsilon_{yy}$, せん断ひずみを ${}^0\epsilon_{xy}$ とすれば、温度膨脹係数 c_t に対して、

$$\left. \begin{aligned} {}^0\epsilon_{xx} &= c_t \cdot t \\ {}^0\epsilon_{yy} &= c_t \cdot t \\ {}^0\epsilon_{xy} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3.1)$$

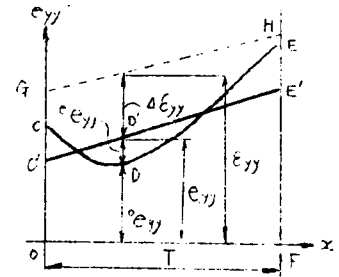


図 3.3.3 自己拘束温度応力によるひずみ

であり、これに対して固有応力によるひずみを ${}^0\epsilon_{xx}$, ${}^0\epsilon_{yy}$, ${}^0\epsilon_{xy}$, 適合条件式を満足する真のひずみを ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{xy} とすれば

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= {}^0\epsilon_{xx} + {}^e\epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} &= {}^0\epsilon_{yy} + {}^e\epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} &= {}^0\epsilon_{xy} + {}^e\epsilon_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.2)$$

である。

ひずみの適合条件式

$$\frac{\partial^2 \epsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \epsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{yy}}{\partial x^2} \quad (3.3.3)$$

に (3.3.2) 式を代入すれば、

$$\frac{\partial^2 {}^e\epsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 {}^e\epsilon_{yy}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 {}^e\epsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = - \left(\frac{\partial^2 {}^0\epsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 {}^0\epsilon_{yy}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 {}^0\epsilon_{xy}}{\partial x \partial y} \right) \quad (3.3.4)$$

しかるに平面応力の場合、弾性法則から、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{\theta_{xx}} &= \frac{1}{E_c} (\epsilon_{\sigma_x} - \nu \epsilon_{\sigma_y}) \\ \epsilon_{\theta_{yy}} &= \frac{1}{E_c} (\epsilon_{\sigma_y} - \nu \epsilon_{\sigma_x}) \\ \epsilon_{\theta_{xy}} &= \frac{2(1+\nu)}{E_c} \epsilon_{\tau_{xy}} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.5)$$

ここに ν はポアソン比、 E_c は弾性係数、 ϵ_{σ_x} 、 ϵ_{σ_y} は、 x 、 y 方向の垂直応力、 $\epsilon_{\tau_{xy}}$ はせん断力である。上式および次の平衡方程式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \epsilon_{\sigma_x}}{\partial x} + \frac{\partial \epsilon_{\tau_{xy}}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \epsilon_{\tau_{xy}}}{\partial x} + \frac{\partial \epsilon_{\sigma_y}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3.6)$$

を(3.3.4)式の左辺に代入すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \epsilon_{\theta_{xx}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{\theta_{yy}}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \epsilon_{\theta_{xy}}}{\partial x \partial y} &= \frac{1}{E_c} \left\{ \frac{\partial^2 \epsilon_{\sigma_x}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{\sigma_y}}{\partial x^2} - \nu \left(\frac{\partial^2 \epsilon_{\sigma_y}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{\sigma_x}}{\partial x^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - 2(1+\nu) \frac{\partial^2 \epsilon_{\tau_{xy}}}{\partial x \partial y} \right\} \\ &= \frac{1}{E_c} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\epsilon_{\sigma_x} + \epsilon_{\sigma_y}) \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

(3.3.1)式を(3.3.4)式の右辺に代入すれば

$$- \left(\frac{\partial^2 \epsilon_{\theta_{xx}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{\theta_{yy}}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \epsilon_{\theta_{xy}}}{\partial x \partial y} \right) = - c_t \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) t \quad (3.3.8)$$

しかるにAiryの応力関数 F に対して

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (3.3.9)$$

であるから、ラプラス演算子 Δ に対して、

$$\Delta \cdot \Delta F = - c_t E_c \Delta t \quad (3.3.10)$$

を得る。

平面ひずみの場合は同様に、次式

$$\Delta \Delta F = - c_t \frac{E_c}{1-\nu} \Delta t \quad (3.3.11)$$

となる。

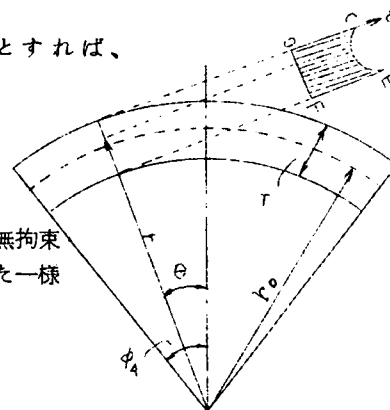
(3.3.10)式を極座標(r, θ)で表示すれば

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \right) \\ + c_t E_c \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.3.12)$$

ここに r, θ 方向の各応力を ϵ_{σ_r} 、 ϵ_{σ_θ} 、せん断力を $\epsilon_{\tau_{r\theta}}$ とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{\sigma_r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \\ \epsilon_{\sigma_\theta} &= \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \\ \epsilon_{\tau_{r\theta}} &= - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.3.13)$$

図 3.3.4 両端において無拘束のアーチに生じた一様でない温度分布



さて、アーチダムのアーチ要素が曲率半径 r_0 の円弧であるとし、そのアバットメントにおける拘束を解除した状態で、半径方向に一様でない温度分布が生じ、かつ温度 t が r のみの関数である場合には、(3.3.12) 式は次式のようにになる。すなわち

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(\frac{e_{\sigma_r} + e_{\sigma_\theta}}{E_c} + c_t \cdot t \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e_{\sigma_r} + e_{\sigma_\theta}}{E_c} + c_t \cdot t \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{e_{\sigma_r} + e_{\sigma_\theta}}{E_c} + c_t \cdot t \right) = 0 \quad (3.3.14)$$

厚さ半径比 $\frac{T}{r_0}$ の小さい薄肉アーチの場合 $e_{\sigma_\theta} \neq 0$, かつクラウンの近傍では応力の対称性から $\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{e_{\sigma_\theta}}{\partial \theta} \neq 0$ であるから θ 方向のひずみ

$$\begin{aligned} e_{\theta\theta} &= e_{\theta\theta} + e_\theta \\ &= \frac{e_{\sigma_\theta}}{E_c} + c_t \cdot t \end{aligned} \quad (3.3.15)$$

であり、

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} e_{\theta\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial e_{\theta\theta}}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \frac{\partial e_{\theta\theta}}{\partial r} \right\} = 0 \quad (3.3.16)$$

$$\therefore e_{\theta\theta} = c_1 \log r + c_2 \quad (3.3.17)$$

ここに c_1 , c_2 は常数であり、したがって両端の拘束のないアーチに一様でない温度分布が生じたとき、両端より十分離れた断面における接線方向のひずみの分布は対数曲線となることが推察される。しかし、 $\frac{T}{r_0}$ の小さい薄肉アーチでは、この対数曲線はアーチ断面の範囲内では近似的に直線とみなしてさしつかえないであろう。すなわち、図 3.3.3. において半径方向を x 軸に接線方向を y 軸にとれば、

$$e_{yy} = c_1 x + c_2 \quad (3.3.18)$$

となる。厚肉アーチでしかも両端に近い部分ではひずみは直線形に分布しないものと思われる。

直線ばりの軸方向すなわち y 軸方向に一様でない温度分布が生じた場合にも、それに直交する x 軸方向の応力 $e_{\sigma_x} \neq 0$ であつ、両端から十分離れた点において $\frac{\partial^2 e_{\sigma_x}}{\partial x^2} \neq 0$ の仮定の下にアーチの場合と同様の手法によつて、 y 軸方向のひずみ e_{yy} の線形分布を示す (3.3.18) 式を誘導することができる。

(3.3.15) 式において添字 θ を y と書き変え (3.3.18) 式に代入すれば、次式

$$e_{yy} = \frac{e_{\sigma_y}}{E_c} + c_t \cdot t = c_1 x + c_2 \quad (3.3.19)$$

を得る。アーチの各横断面上の曲げモーメントおよびスラストは零であるから、厚さを T とするとき

$$\int_0^T \frac{e_{\sigma_y}}{E_c} dx = 0 \quad \int_0^T \frac{e_{\sigma_y}}{E_c} x dx = 0 \quad (3.3.20)$$

また実際の温度分布 OCDEF の面積および O 点のまわりの一次モーメントを A , M とすれば (図-3.3.2 参照)

$$A = \int_0^T t dx, \quad M = \int_0^T t \cdot x dx \quad (3.3.21)$$

であるから (3.3.19) 式を積分し、(3.3.20)、(3.3.21) 式を用いれば、

$$c_t \cdot A = \frac{1}{2} c_1 T^2 + c_2 T$$

あるいは

$$c_t \cdot M = \frac{1}{3} c_1 T^3 + \frac{1}{2} c_2 T^2$$

$$\therefore c_2 = 2 \left(2 \bar{t} - 3 \frac{M}{T^2} \right) \cdot c_t \equiv c'_2 c_t \quad (3.3.22)$$

$$c_1 = 6 \frac{1}{T} \left(2 \frac{M}{T^2} - \bar{t} \right) c_t \equiv \alpha c_t \quad (3.3.23)$$

ここに

$$\bar{t} = \frac{A}{T} \quad (3.3.24)$$

である。また

$$\theta_{yy} = c_t \cdot t_1 \quad (3.3.25)$$

なる t_1 を定義すれば (3.3.22)、(3.3.23)、(3.3.25) 式を (3.3.19) 式に代入することによつて、

$$t_1 = \alpha x + c'_2 \quad (3.3.26)$$

を得る。ここに誘導された t_1 は等値直線温度で α は等値直線温度こう配である。すなわち、(3.3.22)、(3.3.23) 式に従い α および c'_2 を求め、これを (3.3.26) 式に代入し、 t_1 を求めれば、(3.3.25) 式によつてひずみ θ_{yy} は容易に計算される。なお温度こう配は下流温度が上流より大きい場合を正にとることにする。したがつて自己拘束応力 σ_y は (3.3.1)、(3.3.25) 式を (3.3.2) 式に代入し次式

$$\begin{aligned} \sigma_y &= E_c c_t (t_1 - t) = E_c c_t t' \quad \dots\dots\dots (\text{平面応力の場合}) \\ \sigma_y &= E_c c_t \cdot t' / (1 - \nu) \quad \dots\dots\dots (\text{平面ひずみの場合}) \end{aligned} \quad (3.3.27)$$

によつて求めることができる。平面ひずみの場合は (3.3.10)、(3.3.11) 式の比較によつて上式が推察される。

両端において固定されたアーチに一様でない温度分布が生じ、さらに水圧荷重その他の外荷重が作用して、図 3.3.3 の GH 線で示される引張ひずみ ϵ_{yy} が生じた場合、この ϵ_{yy} と、等値直線温度によるひずみの差

$$\Delta \epsilon_{yy} = \epsilon_{yy} - \theta_{yy} \quad (3.3.28)$$

は言わば、両端固定のために生ずる温度応力、水圧荷重その他の外荷重による応力に基づくひずみで、ひずみの適合条件式を満足し、はり理論によつて計算される。(Ⅳにおいて考察する。)

したがつてまた、実測資料によりひずみの挙動を解析する場合に行う実測ひずみの温度補正において、この等値直線温度によるひずみ θ_{yy} を実測ひずみ ϵ_{yy} より差し引いておけば、固有応力によるひずみを含みひずみと外荷重との関係を検討することができるであろう。(Ⅴにおいて詳察する。)

しかし、ひずみより応力に換算する場合は (3.3.27) 式によつて計算される自己拘束

応力を差し引かなければならない。

3.3 堤体平均温度および等値直線温度こう配の年間の変化量

堤体温度は、外気温、水温、コンクリートの水和熱、人工冷却等の影響を受け変動する。^{3.20)}コンクリート打設後水和熱のため堤温は上昇するが、人工冷却が十分行われたアーチダムでは、打設後2～3ヶ月で通常たん水開始までに最終安定温度に達し、それ以降は主として気温と水温に支配されて周期的に変動する。

しかるに表面よりの距離の大きい堤内温度の年間温度振巾は小さいから、堤厚が大きいほど堤体平均温度の年間の変化量 Δt は小さくなる。図3.3.5は綾北、室牧、鳴子、二瀬ダムの Δt と堤厚 T との関係およびU.S.A. Bureau of Reclamation の温度変化量推定式^{3.21)}

$$\Delta t = \frac{115}{T + 2.44} \quad (3.3.29)$$

を図示したものである。ここに Δt 、 T の単位は、おののおの $^{\circ}\text{C} \cdot \text{m}$ である。図よりまた、少なくとも上記4ダムについて近似的に次式

$$\Delta t = \frac{100}{T} \quad (3.3.30)$$

ただし、 $T > 5 \text{ m}$

の成立することが了解されるであろう。

もし、アーチダムのグラウトの時期が堤体平均温度の年間の平均値に堤体平均温度が一致する時であれば(この時期は堤体平均温度の気温に対するズレのため、春季末または秋季末である)堤体平均温度上昇量または降下量 $\Delta t'$ は Δt の $\frac{1}{2}$ となり、 $\Delta t'$ で応力計算を行えばよい。

図3.3.6は等値直線温度こう配(単に温度こう配と言うことにする)の年間変化量と堤厚との関係を図示したものである。当然のことであるが、上流面が水没しない断面の温度こう配は近似的に零であるが、たん水後つねに上流面が水没する下部標高の温度こう配の年間変化量は厚さに逆比例し、温度こう配の年間の変化量 α ($^{\circ}\text{C}/\text{m}$)に関する次の近似式

$$\alpha = 14.2 \frac{1}{T} \quad (3.3.31)$$

ただし、 $T > 5 \text{ m}$

を得る。薄肉アーチダムの場合は次式

$$\alpha = 21.0 \frac{1}{T}, \quad T > 5 \text{ m} \quad (3.3.32)$$

の方がより適切であるように思われる。

図 3.3.5 堤体厚さと堤体平均温度変化量との関係

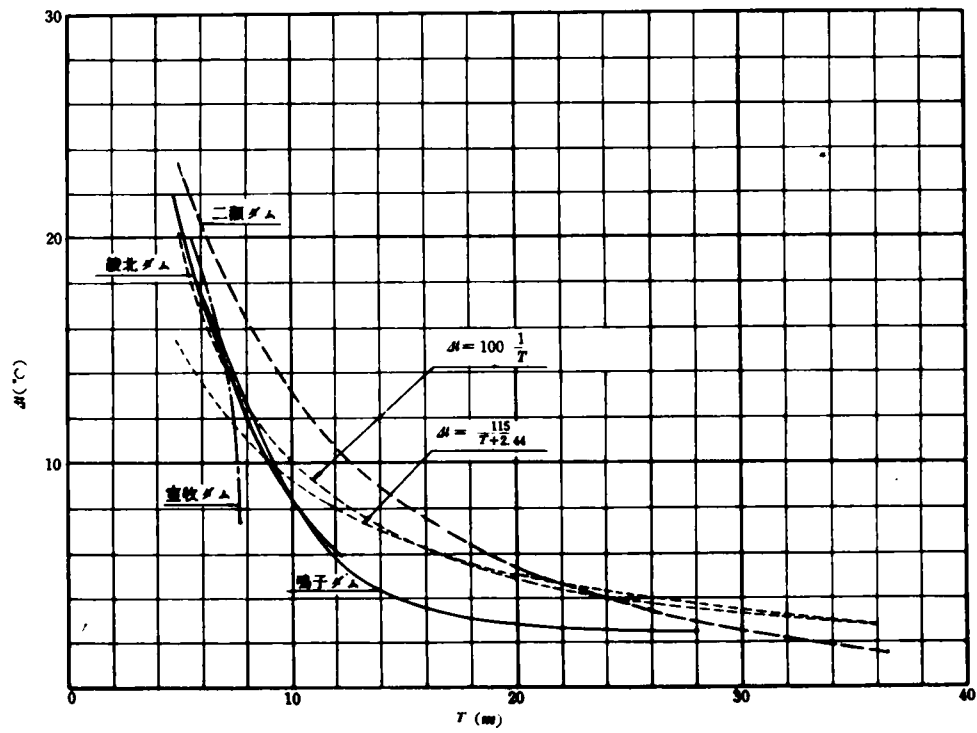
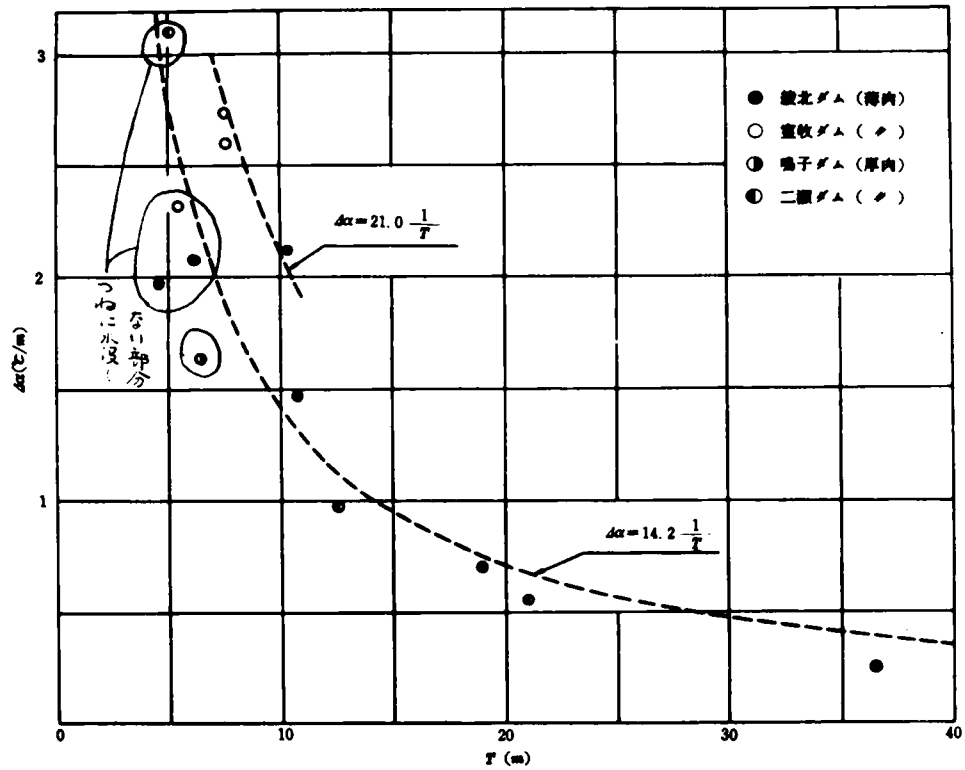


図 3.3.6 堤体厚さと温度こう配変化量との関係



これは、薄肉アーチダムの温度こう配変化量は、厚肉アーチダムのそれより、同じ堤厚に対して大きいことを意味し、その理由として温度こう配が堤厚以外にその部分における水深あるいは水温に影響されることが考えられる。

上流面が水没したり露出したりする上部温度こう配の変化量は一般に小さく、たまたま夏季または冬季に長期にわたり水没する場合、より大きくなるであろう。すなわちこの場合の温度こう配は水位のある関数となる。

温度こう配はグラウトの時期に零であり、かつグラウトの時期に関係しない。

(3.3.31)式と(3.3.32)とを平均した近似式として次式

$$\alpha = 1.6 \frac{1}{T}, \quad T > 5 \text{ m} \quad (3.3.33)$$

が成立するであろう。なお図7.1.1～7.1.4より一般的に水面下に水没する下部温度こう配の正の部分は負の部分よりはるかに大きいことがわかる。

〔4〕水 圧 荷 重

4.1 外 水 圧

外水圧を受けアーチは変形する。単位面積あたりの水圧荷重 P は、水深を h_1 、水の単位体積重量を w とするとき、次式

$$P = w h_1 \quad (3.4.1)$$

で与えられる。アーチダムのアーチ作用部分における最高標高に水位が一致する場合のアーチダムのたわみを δ_h 、基底水深を H とするとき

$$\delta_h \propto w H^2 \quad (3.4.2)$$

の関係がある。(Ⅷ(5)参照) したがって水位を h 、基底標高を h_0 とするとき、 $h - h_0 = H$ となる h に対して(3.4.2)式を満足するようにたわみ δ_h と水位 h の関係式を次のように定める。すなわち、

$$\delta_h = c_1 (h - h_0)^2 + c_2 (h - h_0) (h_c - h) + c_3 (h - h_0)^2 (h_c - h) \quad (3.4.3)$$

ここに h_0 はアーチ作用部分における最高標高、 c_1 、 c_2 、 c_3 は、未知の係数である。

同様に $h - h_0 = H$ となる満水位 h に対して、応力 σ は wH に比例するから

$$\sigma_h = c_1 (h - h_0) + c_2 (h - h_0) (h_c - h) + c_3 (h - h_0)^2 (h_c - h) \quad (3.4.4)$$

なる関係式が成立するものとして、解析する。アーチダムにおいては水圧荷重の方向は一般に水平でなく、鉛直成分が存在する。

水位、したがって貯水量の増大は溪谷自身を変位させ、間接的にダムに影響を与える

ことが Hoover ダムにおいて解析されている。^{3.22)}

4.2 内 水 圧

水はまた、揚圧力、間隙水圧、その他様々な形式としてアーチダムに作用する。

ダム基底、または堤体クラックおよび水平打継目を通して滲透した水は、堤体に揚圧力を作用する。その大いさは水深の 2 乗に比例すると言われるが、^{3.23)}アーチダムにおいては基底面積が小さく、主としてアーチ作用によつて外圧に抵抗するので、揚圧力の堤体に及ぼす影響は小さく通常設計荷重として考慮する必要がないものとされている。^{3.24)}

コンクリートは湿潤状態で膨脹し、乾燥状態で収縮する。^{3.25)} 水面下に埋没したり、露出したりするアーチダムの上部上流面のひずみに対して若干影響を及ぼすものと考えられる。

コンクリートを微視的に観察すれば多孔質材料と考えられる。^{3.26)} 空隙容積のコンクリート容積に対する割合は 4 ~ 6 % である。^{3.27)}

したがつて、ダム上流面の水面下に埋没するコンクリートに新たに圧縮力が追加されれば、その圧力の一部は間隙水圧により抵抗を受け、有効圧を減少せしめるものと考えられる。^{3.28)}

ただし、全圧力に増減がなければ、過剰水圧は次々に逓減し、有効圧は逆に逓増する一種の圧密現象が生ずるであろう。^{3.29)}

しかし、アーチダムに作用する水圧のように通常きわめて緩慢に変動する圧力に対して、間隙水圧に基づく有効圧の減少は、比較的小さいものとなるであろう。

内水圧の中、湿潤乾燥および内部間隙水圧の影響は主としてアーチダム上流面に限られており、少くともたわみに及ぼす影響は、きわめて小さいものと考えられる。

この内水圧の効果はすべて (3.4.3), (3.4.4) 式に含まれるものとして解析を進めることにしよう。

N 無次元解析法によるアーチダムの挙動特性の研究

(1) 弾性固定アーチの理論

弾性固定アーチの理論は、コンクリートアーチ橋についてはストラスナー^{4.1)}によつてアーチダムのアーチ要素に対してはU.S.A. Bureau of Reclamation^{4.2)・4.3)}によつて開発されている。前者は基礎に不静定力をとるが、後者はアーチの内部に不静定力を取り、アーチ要素の微小部分の断面力による変形を積分し、不静定力作用点において両断されたアーチのその作用点における各変形を等しくおくことによつて誘導されたものである。

ここでは、まず Bureau of Reclamation の立場に立ち、仮想仕事の原理から弾性方程式の誘導を試みた。^{4.4)・4.5)}すなわち M_{\odot} , H_{\odot} , V_{\odot} をアーチのクラウンにおける曲げモーメント、スラスト、せん断力とし、 ω_{ij}^{\odot} , $r_{\odot ij}$ をクラウンにおいて両断された左右の静定基本系のクラウンにおいて j なる荷重が作用したときの i 荷重方向の変位を表わすものとする。ただし添字 $i, j = 1, 2, 3$ はおのおのクラウンにおける単位の曲げモーメント、スラスト、せん断力を表わし、内弧側に引張応力が発生するような曲げモーメント、せん断力、および圧縮スラストと各断面力方向の変位を正とする。しかるとき、クラウンにおける正の単位の曲げモーメント、スラスト、せん断力によるアーチの任意の断面における曲げモーメント、スラスト、せん断力 m_i, h_i, v_i ($i = 1, 2, 3$) は

$$\begin{pmatrix} m_1 & h_1 & v_1 \\ m_2 & h_2 & v_2 \\ m_3 & h_3 & v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ Y & \cos\phi & \sin\phi \\ X & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \quad (4.1.1)$$

同様にアバットメントにおける断面力 m_{A1}, h_{A1}, v_{A1} および各断面力方向の変位 $\Delta\theta_{A1}, \Delta\delta_{A1}, \Delta r_{A1}$ ($i = 1, 2, 3$)

$$\begin{pmatrix} m_{A1} & h_{A1} & v_{A1} \\ m_{A2} & h_{A2} & v_{A2} \\ m_{A3} & h_{A3} & v_{A3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ Y_A & \cos\phi_A & \sin\phi_A \\ X_A & -\sin\phi_A & \cos\phi_A \end{pmatrix} \quad (4.1.2)$$

$$\begin{pmatrix} \Delta\theta_{A1} & \Delta\delta_{A1} & \Delta r_{A1} \\ \Delta\theta_{A2} & \Delta\delta_{A2} & \Delta r_{A2} \\ \Delta\theta_{A3} & \Delta\delta_{A3} & \Delta r_{A3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & \alpha_2 \\ (\alpha_1 Y_A + \alpha_2 \sin\phi_A) & \beta \cos\phi_A & (\alpha_2 Y_A + r \sin\phi_A) \\ (\alpha_1 X_A + \alpha_2 \cos\phi_A) & -\beta \sin\phi_A & (\alpha_2 X_A + r \cos\phi_A) \end{pmatrix} \quad (4.1.3)$$

ここに $\alpha_1, \alpha_2, \beta, r$ は、いわゆる Vogt の岩盤常数^{4.3)・4.6)}である。したがつて仮想仕事の原理を基礎の変形にまで拡張すれば、たとえば左側アーチのクラウンにおける単位のせん断力による左接線方向の変位は

$$\begin{aligned}
\Delta \delta_{2.3}^{\odot} &= \int_0^{\delta A} \frac{x y}{E_c I} d\delta - \int_0^{\delta A} \frac{\sin \phi \cos \phi}{E_c A} d\delta + \int_0^{\delta A} K \frac{\sin \phi \cos \phi}{G_c A} d\delta \\
&+ y_A (\alpha_1 x_A + \alpha_2 \cos \phi_A) - \cos \phi_A \beta \sin \phi_A + \sin \phi_A (\alpha_2 x_A + r \cos \phi_A) \\
&= \Delta \delta_{3.2}^{\odot} \quad (4.1.4)
\end{aligned}$$

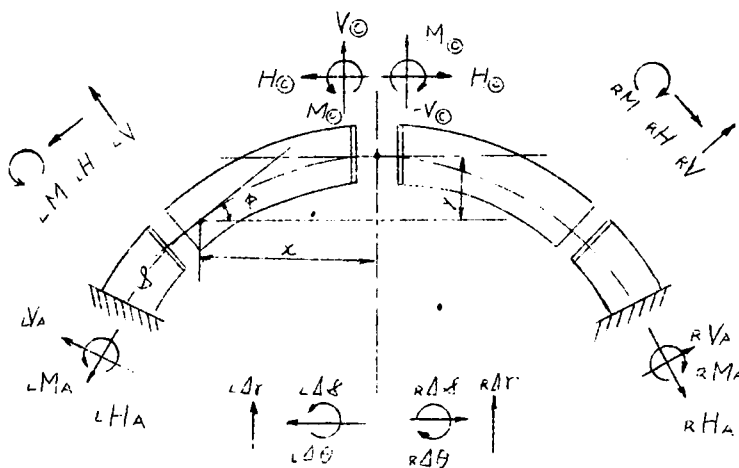


図 4.1.1 アーチにおける正の諸断面力

ここに A はアーチの断面積、 E_c 、 G_c はコンクリートの弾性係数およびせん断弾性係数である。また静定基本系に外荷重が作用したときのアーチの任意断面またはアバットメントにおける断面力または変位は、左付添字 o 、 t によつて水圧荷重、温度荷重を表わし、水圧荷重による断面力を M_L 、 H_L 、 V_L とし、かつ Δt 、 α 、 c_t によつて、堤体平均温度上昇、温度こう配、およびコンクリートの膨脹係数を表わすものとすれば、

$$\begin{bmatrix} o m & o h & o v \\ o m_A & o h_A & o v_A \\ c \Delta \theta_A & o \Delta \phi_A & o \Delta r_A \\ t \Delta \theta & t \Delta \phi & t \Delta r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_L & H_L & V_L \\ M_{LA} & H_{LA} & V_{LA} \\ (\alpha_1 M_{LA} + \alpha_2 V_{LA}) & \beta H_{LA} & (\alpha_2 M_{LA} + r V_{LA}) \\ c_t \alpha d\phi & -c_t \Delta t d\phi & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1.5)$$

したがつて、静定基本系に水圧または温度荷重が作用する場合のクラウンのたとえば左接線方向の変位は

$$\begin{aligned}
\Delta \delta_2^{\odot} &= \int_0^{\delta A} \frac{L M_L y}{E_c I} d\delta + \int_0^{\delta A} \frac{L H_L \cos \phi}{E_c A} d\delta + \int_0^{\delta A} K \frac{L V_L \sin \phi}{G_c A} d\delta \\
&+ L M_{LA} (\alpha_1 y_A + \alpha_2 \sin \phi_A) + L H_{LA} \beta \cos \phi_A + L V_{LA} (\alpha_2 y_A + r \sin \phi_A) \\
&\equiv -\Delta \delta_2^{\odot'} \quad (4.1.6)
\end{aligned}$$

$$L_t \int_0^A y c_t \alpha d\delta - \int_0^A \cos \theta c_t \Delta t d\delta = -L_t \int_2^{\odot} \quad (4.1.7)$$

したがって静定基本系に水圧および温度荷重と、各不静定力が作用した場合のクラウンにおける正の断面力方向の変位を、左側および右側に対しておのおの $L\Delta\theta^{\odot}$, $L\Delta\delta^{\odot}$, $L\Delta r^{\odot}$, $R\Delta\theta^{\odot}$, $R\Delta\delta^{\odot}$, $R\Delta r^{\odot}$ とすれば

$$\begin{pmatrix} L\Delta\theta^{\odot} \\ L\Delta\delta^{\odot} \\ L\Delta r^{\odot} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L\delta_{11}^{\odot} & L\delta_{12}^{\odot} & L\delta_{13}^{\odot} \\ * & L\delta_{22}^{\odot} & L\delta_{23}^{\odot} \\ * & * & L\delta_{33}^{\odot} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{\odot} \\ H_{\odot} \\ V_{\odot} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_0\delta_1^{\odot} \\ L_0\delta_2^{\odot} \\ L_0\delta_3^{\odot} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_t\delta_1^{\odot} \\ L_t\delta_2^{\odot} \\ L_t\delta_3^{\odot} \end{pmatrix} \quad (4.1.8)$$

$$\begin{pmatrix} R\Delta\theta^{\odot} \\ R\Delta\delta^{\odot} \\ R\Delta r^{\odot} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R\delta_{11}^{\odot} & R\delta_{12}^{\odot} & R\delta_{13}^{\odot} \\ * & R\delta_{22}^{\odot} & R\delta_{23}^{\odot} \\ * & * & R\delta_{33}^{\odot} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{\odot} \\ H_{\odot} \\ -V_{\odot} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_0\delta_1^{\odot} \\ R_0\delta_2^{\odot} \\ R_0\delta_3^{\odot} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_t\delta_1^{\odot} \\ R_t\delta_2^{\odot} \\ R_t\delta_3^{\odot} \end{pmatrix} \quad (4.1.9)$$

アーチの連続条件式

$$\begin{pmatrix} L\Delta\theta^{\odot} \\ L\Delta\delta^{\odot} \\ L\Delta r^{\odot} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R\Delta\theta^{\odot} \\ R\Delta\delta^{\odot} \\ -R\Delta r^{\odot} \end{pmatrix} = 0 \quad (4.1.10)$$

に (4.1.8), (4.1.9) 式を代入することによつて次式に示されるアーチの弾性方程式を誘導することができる。すなわち

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} (L\delta_{11}^{\odot} + R\delta_{11}^{\odot})(L\delta_{12}^{\odot} + R\delta_{12}^{\odot})(L\delta_{13}^{\odot} - R\delta_{13}^{\odot}) \\ * & (L\delta_{22}^{\odot} + R\delta_{22}^{\odot})(L\delta_{23}^{\odot} - R\delta_{23}^{\odot}) \\ * & * & (L\delta_{33}^{\odot} + R\delta_{33}^{\odot}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{\odot} \\ H_{\odot} \\ V_{\odot} \end{pmatrix} \\ & = \begin{pmatrix} (L_0\delta_1^{\odot} + R_0\delta_1^{\odot}) \\ (L_0\delta_2^{\odot} + R_0\delta_2^{\odot}) \\ (L_0\delta_3^{\odot} - R_0\delta_3^{\odot}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (L_t\delta_1^{\odot} + R_t\delta_1^{\odot}) \\ (L_t\delta_2^{\odot} + R_t\delta_2^{\odot}) \\ (L_t\delta_3^{\odot} - R_t\delta_3^{\odot}) \end{pmatrix} \quad (4.1.11) \end{aligned}$$

(4.1.11) 式は Bureau of Reclamation* が微小部分の変形のアーチクラウンの変位に及ぼす影響を積分することによつて誘導した弾性方程式にまったく一致する。かくして左辺の

flexibility マトリクスの各要素すなわちアーチ常数の意義と、それが対称マトリクスとなることは、弾性固定アーチにおけるマクスウエルの定理^{(4.7), (4.8)}を意味することが明らかにされた。

[2] 弾性固定アーチにおける応力の挙動特性

— 特に引張応力発生機構について —

2.1 要 旨

アーチダムのように無筋コンクリート構造物においては、引張応力の発生を防止することが形状設計におけるもつとも重要な課題となつて^{4.9)}いる。また実測資料によるアーチの応力ないし、たわみの挙動を追求する観点^{4.10)}からも応力の挙動特性を把握することは不可欠である。

弾性固定アーチにおける断面力ないし応力の挙動に関する研究は Lieurance^{4.11), 4.12), 4.13)} 林らによつて等厚円弧アーチに対して行われた。

何れも基礎が、Vogt^{4.6)}の理論に従い、弾性変形をし、Lieurance はコンクリートと基礎岩盤の弾性係数の比 $\frac{E_c}{E_r} = 1$ の場合の断面力を林は $\frac{E_c}{E_r}$ の種々の値に対して水圧荷重を受けるアーチの断面力および応力を計算し、それを数表にとりまとめた。

ここでは弾性固定円弧アーチに、外荷重として一様な水圧荷重が作用する場合のアーチクラウンとアーチアバットメントにおける引張応力の発生機構について検討し、それが外荷重の大きさには無関係で $\frac{E_c}{E_r}$ 、堤体厚さとアーチ中心線の曲率半径 $\frac{T}{R}$ 、中心角 $2\phi_A$ および岩盤常数のみによつて判定されることを述べ、各因子の量的関係について若干の考察を行なつた結果を報告するものである。

2.2 対称等厚円弧アーチ

左右対称で、等厚円弧アーチに対しては (4.1.1.1) 式において添字 ©, R, L を省略し、かつ左付添字 0, Δt, α によつて水圧荷重、堤体平均温度上昇、温度こう配に対する値を表わすものとすればクラウンにおける各荷重による曲げモーメント、スラストの値は、次式

$${}_0M_{\odot} = \frac{{}_0\delta'_{11} \delta_{22} - {}_0\delta'_{22} \delta_{12}}{\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2} \quad {}_0H_{\odot} = \frac{{}_0\delta'_{22} \delta_{11} - {}_0\delta'_{11} \delta_{12}}{\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2} \quad (4.2.1)$$

$$\Delta t M_{\odot} = \frac{\Delta t \delta'_{11} \delta_{22} - \Delta t \delta'_{22} \delta_{12}}{\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2} \quad \Delta t H_{\odot} = \frac{\Delta t \delta'_{22} \delta_{11} - \Delta t \delta'_{11} \delta_{12}}{\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2} \quad (4.2.2)$$

$$\alpha M_{\odot} = \frac{\alpha \delta'_{11} \delta_{22} - \alpha \delta'_{22} \delta_{12}}{\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2} \quad \alpha H_{\odot} = \frac{\alpha \delta'_{22} \delta_{11} - \alpha \delta'_{11} \delta_{12}}{\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2} \quad (4.2.3)$$

のとおりとなる。

等厚円弧アーチのアーチ常数は

$$\delta_{11} = \frac{12r}{E_c T^3} \{\phi_A\} + \alpha_1$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{12r}{E_c T^3} \left(c_{1.1} + \frac{1}{12} k_\alpha \frac{E_c}{E_r} \frac{T}{r} \right) \\
&= \frac{12r}{E_c T^3} c_{1.1} \quad (4.2.4.1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{12} &= \frac{12r^2}{E_c T^3} \{ \phi_A - \sin \phi_A \} + \alpha_1 y_A + \alpha_2 \sin \phi_A \\
&= \frac{12r^2}{E_c T^3} \left\{ c_{1.2} + \frac{1}{12} \frac{E_c}{E_r} \frac{T}{r} (k_\alpha \text{vers} \phi_A + k_{\alpha 2} \sin \phi_A \frac{T}{r}) \right\} \\
&= \frac{12r^2}{E_c T^3} c_{1.2} \quad (4.2.4.2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{22} &= \frac{12r^3}{E_c T^3} \left\{ \phi_A - 2 \sin \phi_A + \frac{\phi_A + \sin \phi_A \cos \phi_A}{2} \right\} + \frac{r}{E_c T} \left\{ \frac{\phi_A + \sin \phi_A \cos \phi_A}{2} \right. \\
&\quad \left. + 3 \frac{\phi_A - \sin \phi_A \cos \phi_A}{2} \right\} + \alpha_1 y_A^2 + 2\alpha_2 y_A \sin \phi_A + \beta \cos^2 \phi_A + \gamma \sin^2 \phi_A \\
&= \frac{12r^3}{E_c T^3} \left\{ c_{2.2} + \frac{1}{12} c_{2.2} \left(\frac{T}{r} \right)^2 + \frac{1}{12} \frac{E_c}{E_r} \frac{T}{r} \{ k_\alpha \text{vers}^2 \phi_A + 2k_{\alpha 2} \text{vers} \phi_A \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \sin \phi_A \frac{T}{r} + (k_\beta \cos^2 \phi_A + k_\gamma \sin^2 \phi_A) \left(\frac{T}{r} \right)^2 \} \right\} \\
&= \frac{12r^3}{E_c T^3} c_{2.2} \quad (4.2.4.3)
\end{aligned}$$

のとおり表わすことができる。

ただし、上式における岩盤常数 α_1, α_2 は単位モーメントを受ける基礎アバットメントのモーメント方向の廻転角およびせん断方向の変位であり、 β, γ は単位のスラストまたは単位のせん断力を受けるアバットメントの各荷重方向の変位で、単位巾とTの厚さのアーチエレメントに対して岩盤常数は、

$$\alpha_1 = \frac{k_\alpha}{E_r T^2} \quad \alpha_2 = \frac{k_{\alpha 2}}{E_r T} \quad \beta = \frac{k_\beta}{E_r} \quad \gamma = \frac{k_\gamma}{E_r} \quad (4.2.5)$$

次に等分布水圧荷重を受けるアーチの荷重常数を検討しよう。

静定基本系に水圧荷重のみが作用したときのアーチアバットメントにおける曲げモーメント、スラスト、せん断力を M_{LA}, H_{LA}, V_{LA} とすると、半径方向等分布荷重Pに対して

$$\begin{aligned}
M_{LA} &= -P R_u r \text{vers} \phi_A \\
H_{LA} &= P R_u \text{vers} \phi_A \\
V_{LA} &= -P R_u \sin \phi_A \quad (4.2.6)
\end{aligned}$$

である。ここに R_u はアーチ外弧面における曲率半径である。

したがって、この場合の荷重常数は

$$\begin{aligned}
{}_0\delta'_1 &= \frac{12R_u r^2}{E_c T^3} P \left[\int_0^{\phi_A} \text{vers } \phi \, d\phi \right] - \alpha_1 M_{LA} - \alpha_2 V_{LA} \\
&= \frac{12R_u r^2}{E_c T^3} P \left[c_{1.0} + \frac{1}{12} \frac{E_c}{E_r} \frac{T}{r} \{ k_{\alpha} \text{vers } \phi_A + k_{\alpha 2} \sin \phi_A \frac{T}{r} \} \right] \\
&= \frac{12R_u r^2}{E_c T^3} P c'_{1.0} \quad (4.2.7.1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_0\delta'_2 &= \frac{12R_u r^3}{E_c T^3} P \left[\int_0^{\phi_A} \text{vers } \phi \, d\phi - \int_0^{\phi_A} \text{vers } \phi \cos \phi \, d\phi \right] + \frac{R_u r}{E_c T} P \left[- \int_0^{\phi_A} \text{vers } \phi \cos \phi \, d\phi \right. \\
&\quad \left. + 3 \int_0^{\phi_A} \sin^2 \phi \, d\phi \right] - M_{LA} (\alpha_1 y_A + \alpha_2 \sin \phi_A) - H_{LA} \beta \cos \phi_A \\
&\quad - V_{LA} (\alpha_2 y_A + r \sin \phi_A) \\
&= \frac{12R_u r^3}{E_c T^3} P \left[c_{2.0} + \frac{1}{12} c_{2.0} \left(\frac{T}{r} \right)^2 + \frac{1}{12} \frac{E_c}{E_r} \frac{T}{r} \{ k_{\alpha} \text{vers}^2 \phi_A + 2k_{\alpha 2} \right. \\
&\quad \left. \text{vers } \phi_A \sin \phi_A \frac{T}{r} + (k_r \sin^2 \phi_A - k_{\beta} \text{vers } \phi_A \cos \phi_A) \left(\frac{T}{r} \right)^2 \} \right] \\
&= \frac{12R_u r^3}{E_c T^3} P c'_{2.0} \quad (4.2.7.2)
\end{aligned}$$

なお同様にして温度荷重を受けるアーチの荷重常数、すなわち静定基本系に一樣な堤体平均温度上昇 Δt も、あるいは一樣な堤体温度こう配 α が生じたときの変位は次式のとおりである。すなわち

$${}_{At}\delta'_1 = 0 \quad {}_{At}\delta'_2 = c_t \Delta t r \sin \phi_A \quad (4.2.8)$$

$${}_{\alpha}\delta'_1 = -c_t \alpha r \phi_A \quad {}_{\alpha}\delta'_2 = -c_t r^2 \alpha (\phi_A - \sin \phi_A) \quad (4.2.9)$$

ここに c_t はコンクリートの膨脹係数である。

2.3 弾性固定アーチにおける引張応力発生の機構

(1) 条件式の誘導

弾性固定された等厚円弧アーチに水圧荷重が作用する場合の引張応力発生の機構について検討しよう。⁴¹⁴⁾

アーチクラウンにおける曲げモーメント、スラストは(4.2.4.1)～(4.2.4.3)および(4.2.7.1)、(4.2.7.2)式を(4.2.1)式に代入することによつて次式のとおりで誘導することができる。

$$\begin{aligned}
{}_0M_{\odot} &= PR_u r \frac{c'_{10} c'_{22} - c'_{20} c'_{12}}{c'_{11} c'_{22} - c'^2_{12}} \\
&\equiv PR_u r M_1 \\
&\equiv Pr^2 M'_1 \quad (4.2.10)
\end{aligned}$$

ここに

$$M'_1 = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{T}{r}\right) M_1 \quad (4.2.11)$$

$$\begin{aligned} {}_oH_{\odot} &= PR_u \frac{c'_{20} \quad c'_{11} - c'_{10} \quad c'_{12}}{c'_{11} \quad c'_{22} - c'^2_{12}} \\ &\equiv PR_u H_1 \\ &\equiv PrH'_1 \end{aligned} \quad (4.2.12)$$

である。したがって、クラウンの内外弧面における応力は、平面保持の法則が成立し、かつ中立軸がアーチ断面の中心線に一致するものとみなせば近似的に

$$\begin{aligned} {}_o\sigma_{\odot F} &= \frac{PR_u H_1}{T} \pm 6 \frac{PR_u r M_1}{T^2} \\ &= \frac{PR_u}{T} \left(H_1 \pm 6 \frac{r}{T} M_1 \right) \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

となる。ここに応力は圧縮応力を正にとっているから、クラウンにおいて引張応力を生じないためには、曲げモーメントスラスト比

$${}_o(r\alpha)_{\odot} \equiv \left| \frac{6 M_1}{H_1} \right| < \frac{T}{r} \quad (4.2.14)$$

でなければならない。

同様にして、アバットメントにおける曲げモーメント、スラストは内弧側に圧縮応力の生ずる曲げモーメントおよび圧縮スラストを正にとるとき

$$\begin{aligned} {}_oM_A &= -M_{LA} - {}_oM_{\odot} - {}_oH_{\odot} y_A \\ &= PR_u r (\text{vers } \phi_A - M_1 - H_1 \text{ vers } \phi_A) \\ &\equiv PR_u r M_{A1} \\ &\equiv Pr^2 M'_{A1} \\ {}_oH_A &= {}_oH_{\odot} \cos \phi_A + H_{LA} \\ &= PR_u (H_1 \cos \phi_A + \text{vers } \phi_A) \\ &\equiv PR_u H_{A1} \\ &\equiv PrH'_{A1} \end{aligned} \quad (4.2.15)$$

であるから、アバットメントの外、内弧面における応力は

$${}_o\sigma_{AF} = \frac{PR_u}{T} \left(H_{A1} \mp 6 \frac{r}{T} M_{A1} \right) \quad (4.2.17)$$

したがって、引張応力が生じないためには、アバットメントにおける曲げモーメント、スラスト比は、

$${}_o(r\alpha)_A \equiv \left| \frac{6 M_{A1}}{H_{A1}} \right| < \frac{T}{r} \quad (4.2.18)$$

でなければならない。

(2) 引張応力発生機構

モーメント、スラスト係数 $\phi(r\alpha)_C$ 、 $\phi(r\alpha)_A$ の値を $\phi_A = 45^\circ, 50^\circ, 55^\circ, 60^\circ$

$\frac{E_c}{E_p} = 1, 2, 4, 6, 10, 20, \frac{T}{r} = 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.10, 0.20, 0.30,$

$0.40, 0.60, 1.00$ の値おすべての組み合わせに対して求めてみよう。

なお、岩盤常数は次式

$$k_\alpha = k_1 \cdot \cos^3 \varphi + k_4 \sin^2 \varphi \cos \varphi$$

$$k_\beta = k_2 \cdot \cos^3 \varphi + k_5 \sin^2 \varphi \cos \varphi$$

$$k_\gamma = k_3 \cdot \cos \varphi$$

$$k_{\alpha,2} = k_6 \cos^2 \varphi$$

のとおりであり、アバットメントの鉛直面に対する傾角 $\varphi = 0^\circ$ とし k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 の値として、考えられる種々の載荷状態に対する平均値をとるものとするば

$$k_\alpha = k_1 = 5.075$$

$$k_{\alpha,2} = k_6 = 0.5$$

$$k_\beta = k_2 = 1.55$$

$$k_\gamma = k_3 = 1.785$$

図 4.2.1 は $\phi_A = 50^\circ$ の場合のクラウンとアバットメントにおける曲げモーメント、スラスト係数 $\phi(r\alpha)_C$ 、 $\phi(r\alpha)_A$ の値の計算結果を図示したものである。

実線はクラウン、点線はアバットメントにおける値である。引張応力が発生しないための条件式 (4.2.14)、(4.2.18) を満足するためには、モーメント、スラスト比は

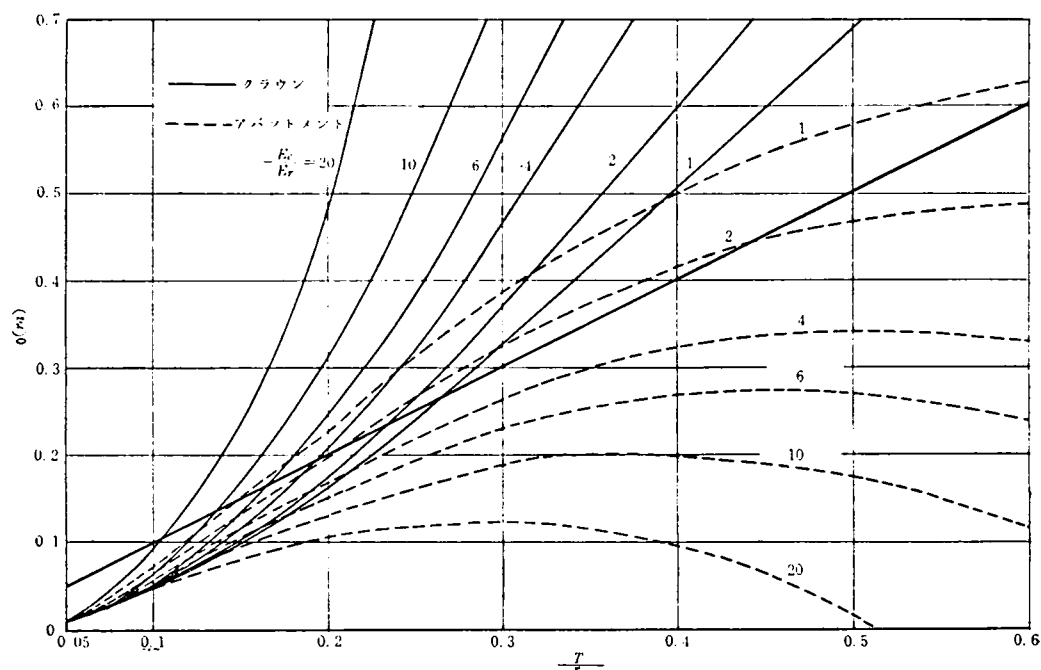


図 4.2.1 水圧荷重に対する $\frac{T}{r} \sim \phi(r\alpha)$ 曲線 ($\phi_A = 50^\circ$)

太い実線で示される。 $\sigma_0(r_a) = \frac{T}{r}$ なる直線の下領域になければならない。この直線との交点における $\frac{T}{r}$ の値を $\left(\frac{T}{r}\right)_{cr}$ とし、 $\left(\frac{T}{r}\right)_{cr}$ と $\frac{E_c}{E_r}$ の関係を各中心角に対してプロットすれば、図 4.2.2 が得られる。そして図 4.2.2 において引張応力の発生しない領域は図 4.2.1 から実線に対してはその下方、点線に対しては、点線と $\frac{T}{r}$ 軸で囲まれる外側の区域であることがわかる。

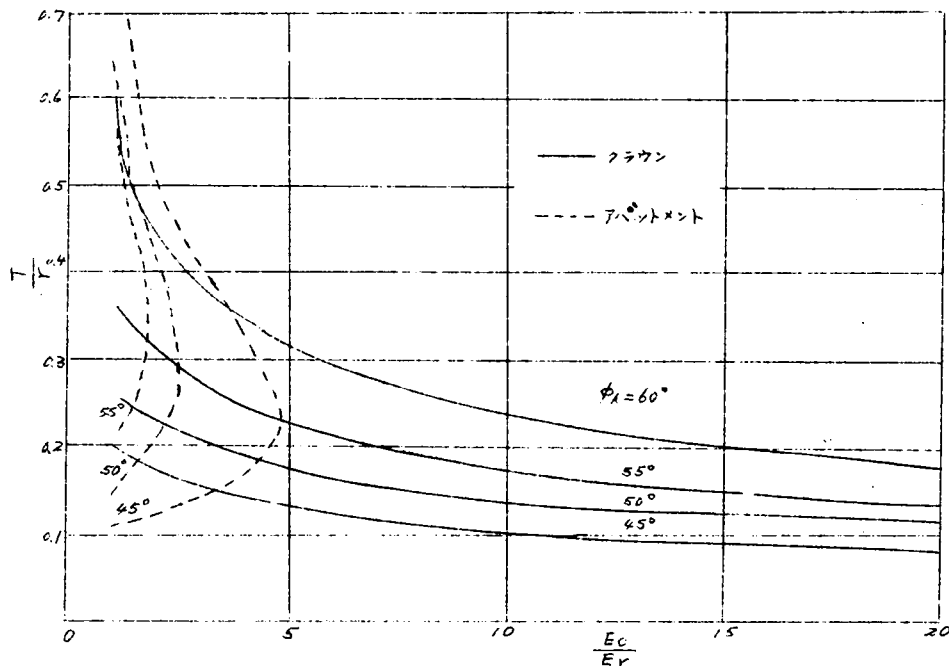


図 4.2.2 水圧荷重に対する引張応力発生領域を示す曲線

図 4.2.2 より次の事項が考察される。

- ① クラウンにおける引張応力は $\frac{T}{r}$ を小さくする。すなわち厚さを薄く半径を大きくする程発生し難い。
- ② クラウンにおける引張応力は $\frac{E_c}{E_r}$ が小さいほど、すなわちアバットメントが硬いほど発生し難い。
- ③ クラウンにおける引張応力は中心角が大きいほど発生し難い。
- ④ アバットメントにおける引張応力は $\frac{T}{r}$ がある領域、たとえば $\phi_A = 45^\circ$, $\frac{E_c}{E_r} = 4$ で $0.17 < \frac{T}{r} < 0.33$ において発生する。
すなわち薄肉であれば、厚さを薄くするほど、厚肉であれば厚さを厚くするほど、引張応力は発生し難くなる。
- ⑤ アバットメントにおける引張応力は $\frac{E_c}{E_r}$ が大きいほど、したがってアバットメントが軟らかいほど発生し難い。
- ⑥ アバットメントの引張応力は、中心角が大きいほど発生し難い。
- ⑦ したがって、アーチアバットメントとクラウンに引張応力が発生しない領域は、各中心角に対して、図 4.2.2 の実線と点線で示される下部分であり、一般に中心角を大きく $\frac{T}{r}$ を小さくすれば引張応力は発生し難いことがわかる。また $\frac{E_c}{E_r}$ を大きく

する、すなわちアバットメントが軟らかくなれば、クラウンにおいては引張応力が生じやすく、アバットメントにおいては生じ難くなる。

上記の引張応力発生機構を検討するために(4.2.11),(4.2.12),(4.2.15),(4.2.16)で計算される $M'_1, H'_1, M'_{A.1}, H'_{A.1}$ の $\frac{T}{r}$ に対する関係を、 $\phi_A = 50^\circ, 60^\circ$ の $\frac{E_c}{E_r} = 1, 4, 10$ の各値に対して図4.2.3, 4に図示した。実線は $\phi_A = 50^\circ$ 、点線は $\phi_A = 60^\circ$ 、図4.2.3. はクラウン、図4.2.4 はアバットメントにおける値であり、 $M'_1, H'_1, M'_{A.1}, H'_{A.1}$ はクラウン、アバットメントにおけるモーメント、スラストのいわば無次元量であり、便宜上その1000倍の値をとっている。この値はLieurance、林によつても数表としてとりまとめられているが、さらに詳細に検討してみよう。

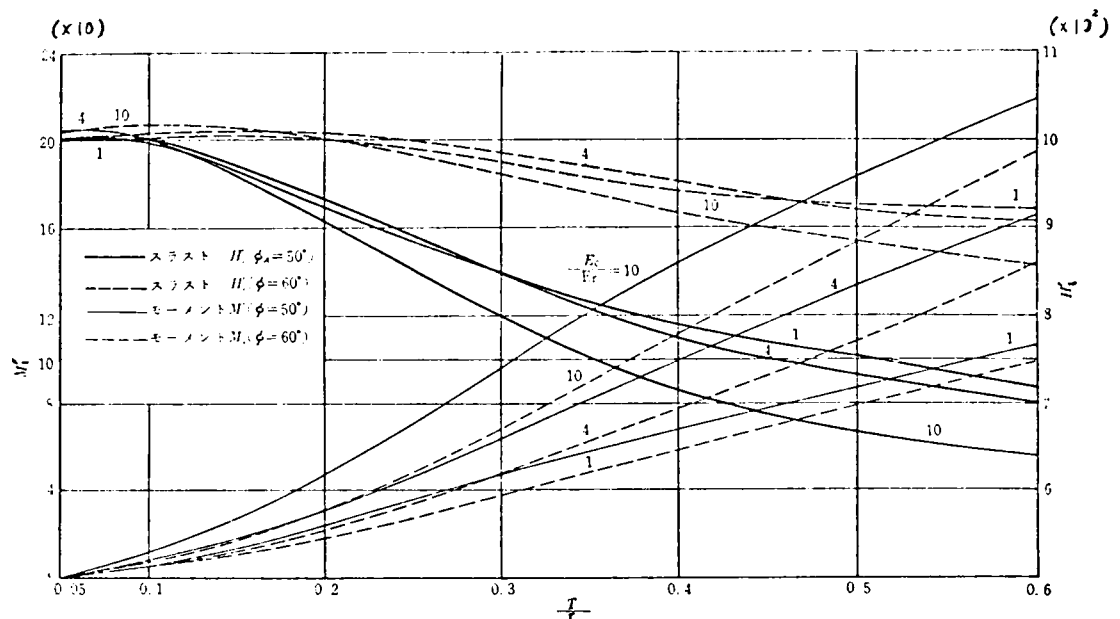


図 4.2.3 水圧荷重に対するクラウンのモーメント、スラスト M'_1, H'_1

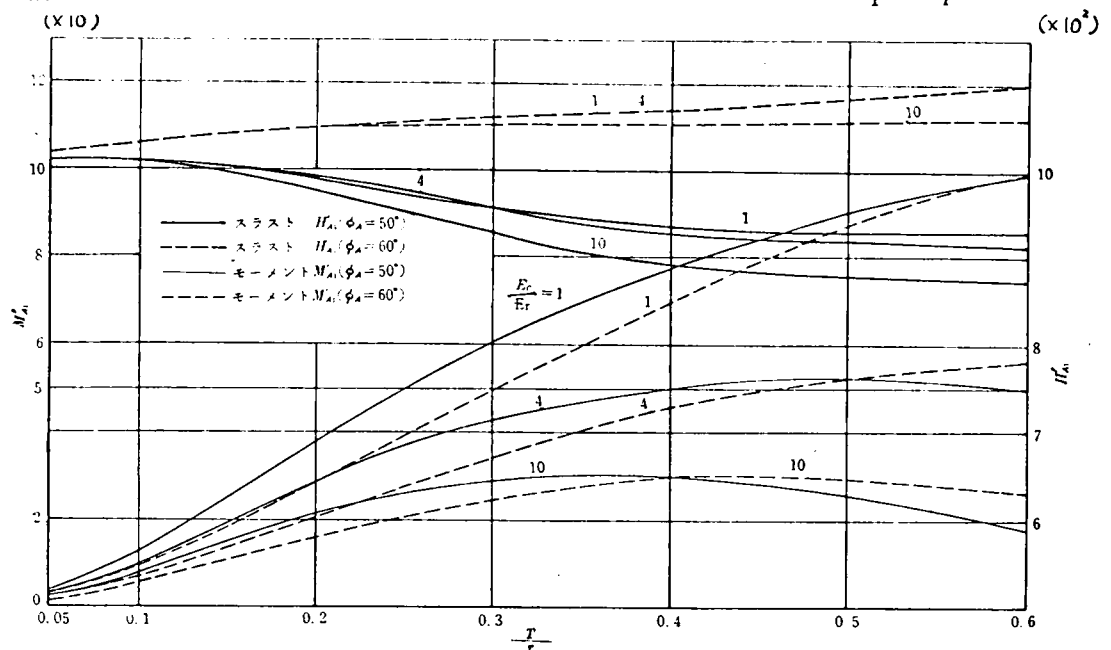


図 4.2.4 水圧荷重に対するアバットメントのモーメント、スラスト $M'_{A.1}, H'_{A.1}$

① クラウンの曲げモーメントは、ここで与えられた条件の下ではつねに内弧側引張りのモーメントである。またこの曲げモーメントは $\frac{T}{r}$, $\frac{E_c}{E_r}$ に比例し、中心角 ϕ_A に反比例する。

② クラウンのスラストはつねに正、すなわち圧縮力であり、曲げモーメントの動きとは逆に $\frac{T}{r}$ に反比例する。また ϕ_A に比例する。

$\frac{E_c}{E_r}$ に対しては単調な動きをしない。すなわち $\frac{T}{r}$ の大きい厚肉領域では、スラストは $\frac{E_c}{E_r}$ に反比例し、それが小さい薄肉領域では $\frac{E_c}{E_r}$ に比例する傾向をもつ。

③ アバットメントの曲げモーメントは、外弧側引張りを正にとるとき、 $\frac{T}{r}$ の小さい薄肉領域では、つねに正で $\frac{T}{r}$ に比例するが、 $\frac{T}{r}$ が大きくなれば逆に $\frac{T}{r}$ の増大と共に曲げモーメントは小さくなり、たとえば $\phi_A = 60^\circ$, $\frac{E_c}{E_r} = 10$, $\frac{T}{r} = 1$ の場合はアバットメントに負の曲げモーメントが作用する。

またアバットメントが軟らかくなればクラウンの場合とは逆に曲げモーメントは小さくなる。中心角 ϕ_A に対しては $\frac{T}{r}$ が小さい範囲では反比例し、 $\frac{T}{r}$ が大きい範囲では比例の関係が考察される。

④ アバットメントのスラストはつねに正すなわち圧縮力であり、中心角に比例する。

また $\frac{T}{r}$ に対しては中心角の大きさによつて、その傾向を異にしており、 $\phi_A = 50^\circ$ では逆比例、 $\phi_A = 60^\circ$ では比例の関係が考察される。 $\frac{E_c}{E_r}$ に対する関係はクラウンにおけると同様である。

上記の考察により指摘されるようにクラウンおよびアバットメントのスラストに及ぼす $\frac{E_c}{E_r}$ の効果、アバットメントの曲げモーメントに及ぼす中心角の効果には肉厚特性があるが、ここではまず薄肉アーチのみについて検討しよう。

表 4.2.1 クラウンおよびアバットメントにおける
モーメント、スラストの増減の傾向

		$\frac{T}{r} \rightarrow$ 小	$\frac{E_c}{E_r} \rightarrow$ 大	$\phi_A \rightarrow$ 大
クラウン	M_c^I	小	大	小
	H_c^I	大	薄肉 大・厚肉 小	大
アバットメント	M_A^I	薄肉 小・厚肉 大	小	薄肉 小・厚肉 大
	H_A^I	$\phi_A = 50^\circ$ 大・ $\phi_A = 60^\circ$ 小	薄肉 大・厚肉 小	大

① クラウンおよびアバットメントに対して $\frac{T}{r}$ を小さくすれば曲げモーメントは減少し、かつクラウンに対して、 $\frac{T}{r}$ を小さくすれば、スラストが大きくなり、また厚さ T を小さくする場合は断面積が小さくなるために、スラストによる圧縮応力が増大する。
したがつて $\frac{T}{r}$ を小さくするほど引張応力は発生し難くなる。

② クラウンおよびアバットメントに対して、中心角を大きくすれば曲げモーメントは

小さくなり、スラストが大きくなるため、引張応力は発生し難くなる。

- ③ クラウンおよびアバットメントにおける引張応力発生の難易に $\frac{E_c}{E_r}$ が及ぼす効果は $\frac{E_c}{E_r}$ を大きくすれば曲げモーメントがクラウンでは大きく、アバットメントでは小さくなることに帰因する。

2.4 結 論

- ① アーチにおける引張応力発生の有無は曲げモーメントとスラストの比、曲げモーメントスラスト係数と厚さ半径比の大小関係によつて判定される。
- ② あるいは、引張応力発生の有無は、厚さ半径比、中心角、 $\frac{E_c}{E_r}$ および岩盤常数のみによつて決定されるもので荷重因子には無関係となる。

すなわち、水圧荷重に対しては中心角を大きくとり $\frac{T}{F}$ を小さくするほど、クラウンおよびアバットメントにおける引張応力は発生し難くなる。また $\frac{E_c}{E_r}$ が大きくなり基礎岩盤がより軟らかくなれば引張応力はクラウンに生じやすくアバットメントに生じ難くなる。この量的関係を1図上に表わすことができた。

- ③ 引張応力発生に及ぼす、中心角と $\frac{E_c}{E_r}$ の効果についてはこれまで各種の研究が行われてきた。
(4.15)・(4.16)

ここでは特に $\frac{T}{F}$ の引張応力発生に対する量的効果について強調したい。

この問題に対しての考え方は、単に円弧等厚アーチに水圧荷重が作用する場合ばかりでなく、各種のアーチ形状をもち温度荷重を除く各種の外荷重を受けるアーチに対して適用できるものと考えられる。

〔3〕弾性固定アーチの応力の挙動特性

—水圧および温度荷重を受ける場合—

3.1 要 旨

円弧等厚アーチに単独に温度荷重が作用する場合には、引張応力の発生を避けることができない。しかし水圧荷重とのある組み合わせに対して引張応力の発生を除去することは可能である。ここでは、まず水圧および温度荷重を受けるアーチ応力および堤体平均温度変化量、および堤体温度こう配変化量が堤体厚さに逆比例する関係を考慮した温度荷重によるアーチ応力の挙動特性を考察し、温度荷重による引張応力を除去する方法について若干の検討を加えた。

3.2 水圧荷重による応力の挙動特性

水圧荷重を受けるアーチクラウンの応力は次式によつて表わすことができる。すなわち (4.2.13) 式より

$$\begin{aligned}
\sigma_{\odot \frac{E}{I}} &= \frac{PR_u}{T} (H_1 \pm 6 \frac{r}{T} M_1) \\
&= P \frac{r}{T} (1 + \frac{1}{2} \frac{T}{r}) (H_1 \pm 6 \frac{r}{T} M_1) \\
&= P \sigma_{\odot \frac{E}{I}}' \quad (4.3.1)
\end{aligned}$$

ただし

$$\sigma_{\odot \frac{E}{I}}' = \frac{r}{T} (1 + \frac{1}{2} \frac{T}{r}) (H_1 \pm 6 \frac{r}{T} M_1) \quad (4.3.2)$$

上式において P は等分布水圧荷重、 R_u はアーチ外弧面の曲率半径 H_1 、 M_1 は水圧荷重を受けるクラウンのスラストおよび曲げモーメントを表わす無次元量であり、 $\sigma_{\odot \frac{E}{I}}$ は単位の等分布水圧荷重を受けるクラウンの応力を表わす無次元量で圧縮応力を正にとり、添字 \odot はクラウンを、 E, I は外弧、内弧面における値を示し、左付添字 0 は水圧荷重を示す同様にアバットメントにおける応力は (4.2.17) 式より

$$\begin{aligned}
\sigma_{A, E \frac{I}{I}} &= P \frac{r}{T} (1 + \frac{1}{2} \frac{T}{r}) (H_{A1} \pm 6 \frac{r}{T} M_{A1}) \\
&\equiv P \sigma_{A, E \frac{I}{I}}' \quad (4.3.3)
\end{aligned}$$

クラウンおよびアバットメントにおける水圧荷重に対する応力係数 $\sigma_{\odot \frac{E}{I}}'$ 、 $\sigma_{A, E \frac{I}{I}}'$ と $\frac{T}{r}$ の関係を電子計算して 図 4.3.1, 図 4.3.2 に図示した。なお横軸長さには $\frac{T}{r}$ の逆数を取り、薄肉における応力の挙動の拡大考察を可能にした。図より水圧荷重を受けるアーチ応力の挙動特性として、次の事項が指摘される。

- ① クラウンおよびアバットメントにおける引張応力の発生限界を示す限界厚さ半径比 $(\frac{T}{r})_{cr}$ の ϕ_A および $\frac{E_c}{E_r}$ に対する関係はすでに [2] に考察のとおりである。
- ② クラウンおよびアバットメントの圧縮応力は $\frac{T}{r}$ に逆比例する。そして $\frac{T}{r} < 0.2$ の薄肉アーチでは圧縮応力は $\frac{r}{T}$ に正比例して増大する。これは厚さが薄くなることによるスラスト応力の増大に帰因するものと解釈できる。
- ③ クラウンの圧縮応力は中心角が大きくなれば薄肉では外弧側において小さく内弧側において大きくなるが、厚肉では外弧側において逆の傾向が見られる。これは厚肉では中心角が大きくなることによるスラストの増大に、薄肉ではむしろ中心角が大きくなることによるモーメントの減少に支配されることを意味する。
- ④ アバットメントにおける圧縮応力は、中心角が大きくなれば薄肉では内弧側において小さく、外弧側において大きくなるが、厚肉では内弧側において逆の現象が見られる。その理由として③の場合と同様のことが考えられる。
- ⑤ クラウンおよびアバットメントの圧縮応力は、外弧面において $\frac{E_c}{E_r}$ に比例する。^{4.15)}

すなわち、アバットメントが軟らかくなれば外弧面の圧縮応力は大きくなるが、内弧面はその逆である。これは主としてアバットメントが軟らかくなることによるクラウンの内弧側引張り曲げモーメントの増大あるいはアバットメントの外弧側引張りモーメント

図 4.3.1 水圧荷重に対するクラウンの応力係数

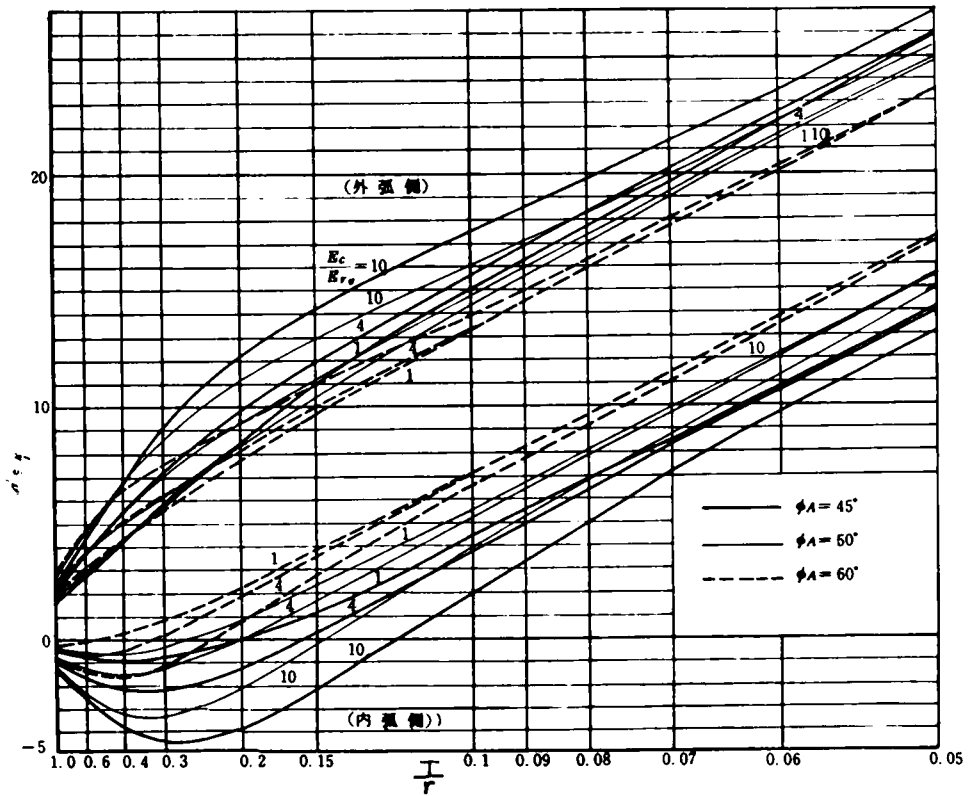
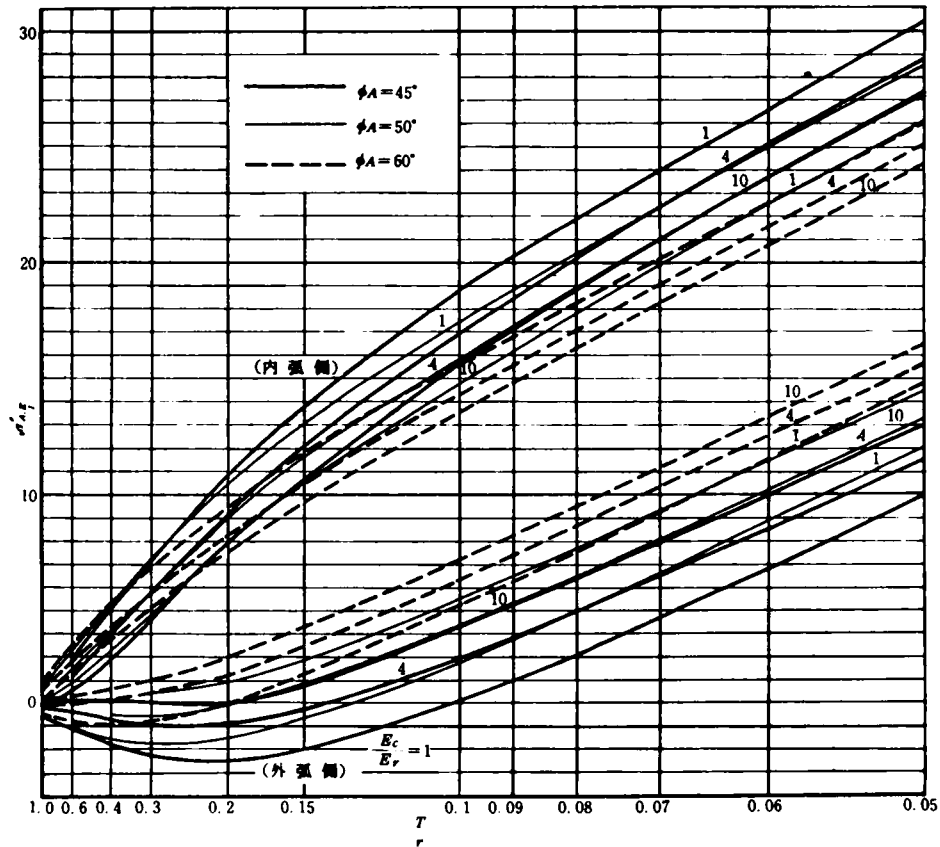


図 4.3.2 水圧荷重に対するアバットメントの応力係数



の減少に帰因するものである。

- ⑥ 圧縮応力はクラウンでは外弧側が、アバットメントでは内弧側がより大きい値をとる。
したがって、一般的に圧縮応力を小さくするためにはより厚肉構造とし、厚肉か薄肉かによつて中心角を小さくまたは大きくとり、クラウンに対しては基礎アバットメントをより硬くし、アバットメントに対しては基礎アバットメントをより軟らかくすればよい。
しかも引張応力が発生しないためには厚さを薄くしなければならない。また厚さが薄い方が経済的であることから、与えられた水圧荷重のみが作用する場合には、許容圧縮応力以下のしかも許容圧縮応力に近い値をとる $\frac{T}{r}$ を選択することが望ましい。
- ⑦ 温度荷重が同時に作用する場合にも、水圧荷重が単独に作用する場合を想定して、水圧荷重のみにより引張応力が発生しないように設計すべきであろう。

3.3 堤体平均温度上昇による応力の挙動特性

(1) 曲げモーメント、スラストおよび応力係数

アーチクラウンにおける曲げモーメントおよびスラストは(4.2.4.1)～(4.2.4.3)式および(4.2.8)式を(4.2.2)式に代入することによつて、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta t M_{\odot} &= \frac{1}{12} c_t \Delta t \sin \phi_A \frac{E_c T^3}{r} \frac{-c'_{12}}{c'_{11} c'_{22} - c'^2_{12}} \\ &= \frac{1}{12} c_t \Delta t \sin \phi_A \frac{E_c T^3}{r} M_2 \\ &\equiv c_t \Delta t E_c r^2 M'_2 \end{aligned} \quad (4.3.4)$$

ただし

$$M'_2 = \frac{1}{12} \sin \phi_A \left(\frac{T}{r} \right)^3 M_2 \quad (4.3.5)$$

また

$$\begin{aligned} \Delta t H_{\odot} &= \frac{1}{12} c_t \Delta t \sin \phi_A \frac{E_c T^3}{r^2} \frac{c'_{11}}{c'_{11} c'_{22} - c'^2_{12}} \\ &\equiv \frac{1}{12} c_t \Delta t \sin \phi_A \frac{E_c T^3}{r^2} H_2 \\ &\equiv c_t \Delta t E_c r H'_2 \end{aligned} \quad (4.3.6)$$

ただし

$$H'_2 \equiv \frac{1}{12} \sin \phi_A \left(\frac{T}{r} \right)^2 H_2 \quad (4.3.7)$$

したがってクラウンの外、内弧面に生ずる応力は

$$\begin{aligned} \Delta t \sigma_{\odot \xi} &= c_t \Delta t E_c \frac{1}{12} \sin \phi_A \left(\frac{T}{r} \right)^2 (H_2 \pm 6 \frac{r}{T} M_2) \\ &\equiv c_t \Delta t E_c \Delta t \sigma'_{\odot \xi} \end{aligned} \quad (4.3.8)$$

上式において M_2, H_2 は 一樣な堤体平均温度を生じたアーチクラウンの曲げモーメントおよびスラストを表わす無次元量であり、 Δt は温度上昇量、 c_t はコンクリートの膨張係数 E_c はコンクリートの弾性係数であり、 c'_{11}, c'_{12}, \dots はアーチ常数である。

また $\Delta t \sigma_{\phi_f}$ は、この場合のクラウンの応力を表わす無次元量で圧縮を正にとり、添字 Δt は平均温度上昇を示す。

同様にしてアバットメントにおける曲げモーメント、スラスト、応力は

$$\Delta t M_A = c_t \Delta t E_c r^2 M'_{A2} \quad (4.3.9)$$

ただし

$$M'_{A2} = \frac{1}{12} \sin \phi_A \left(\frac{T}{r} \right)^3 M_{A2} \quad (4.3.10)$$

$$\Delta t H_A = c_t \Delta t E_c r H'_{A2} \quad (4.3.11)$$

ただし

$$H'_{A2} = \frac{1}{12} \sin \phi_A \left(\frac{T}{r} \right)^3 H_{A2} \quad (4.3.12)$$

$$\begin{aligned} \Delta t \sigma_{A_f} &= c_t \Delta t E_c \frac{1}{12} \sin \phi_A \left(\frac{T}{r} \right)^2 (H_{A2} \pm 6 \frac{r}{T} M_{A2}) \\ &= c_t \Delta t E_c \Delta t \sigma'_{A_f} \end{aligned} \quad (4.3.13)$$

となる。

クラウンおよびアバットメントの曲げモーメント、スラストを表わす無次元量 $M_2, H_2, M'_{A2}, H'_{A2}$ および応力係数 $\Delta t \sigma'_{\phi_f}, \Delta t \sigma'_{A_f}$ の電算結果を図 4.3.3, 4.5, 6 に図示した。図より正の温度荷重を受けるアーチ応力の挙動特性として次の事項が指摘される。

- ① クラウンおよびアバットメントの何れに対しても引張応力を避けることができない。
これは温度上昇に対してはスラストよりむしろ曲げモーメントの影響を顕著に受けるためである。
- ② クラウンには内弧面に圧縮応力が、外弧面に引張応力が生ずるが、アバットメントには外弧面に圧縮応力が、内弧面に引張応力が生ず。温度降下の場合は逆方向の応力が生ず。
- ③ クラウンあるいはアバットメントの応力の絶対値は、平均温度上昇量 Δt を一定とする場合、厚肉アーチであればより厚いほど、また薄肉アーチであればより薄いほど小さくなる。

薄肉アーチでは主として厚さが薄くなることによる曲げモーメントの減少のため、厚肉アーチでは厚さが厚くなることによる断面係数の増大の影響を受けるためであろう。

- ④ クラウンあるいはアバットメントにおける応力の絶対値は薄肉アーチでは中心角が大きいのほど小さくなるが、厚肉では逆の現象がみられる。これは中心角がクラウンあるいはアバットメントの曲げモーメントに及ぼす影響の厚肉と薄肉アーチにおける相違を反映するものであろう。

図 4.3.3 堤体平均温度上昇に対するクラウンのモーメント、スラスト M_2^I, H_2^I

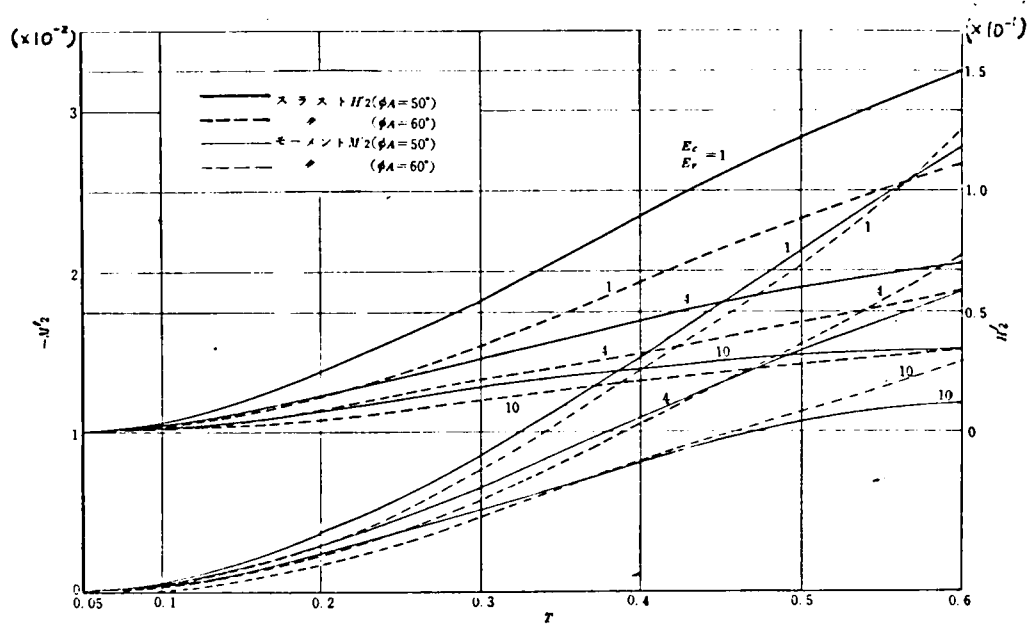


図 4.3.4 堤体平均温度上昇に対するアバットメントのモーメント、スラスト M_{A2}^I, H_{A2}^I

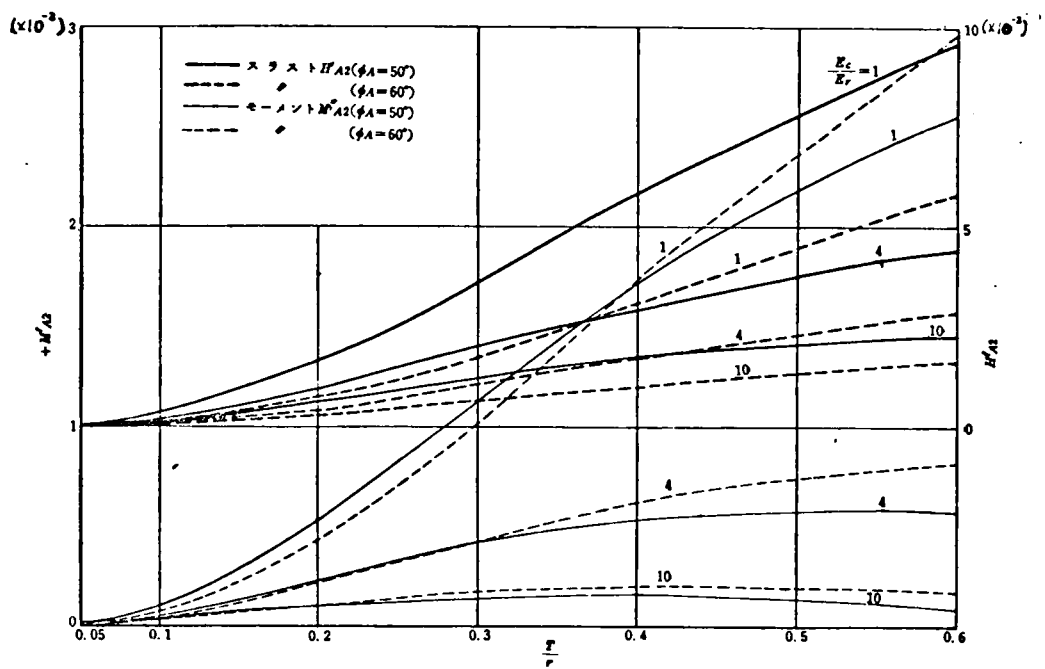


図 4.3.5 堤体平均温度上昇に対するクラウンの応力係数

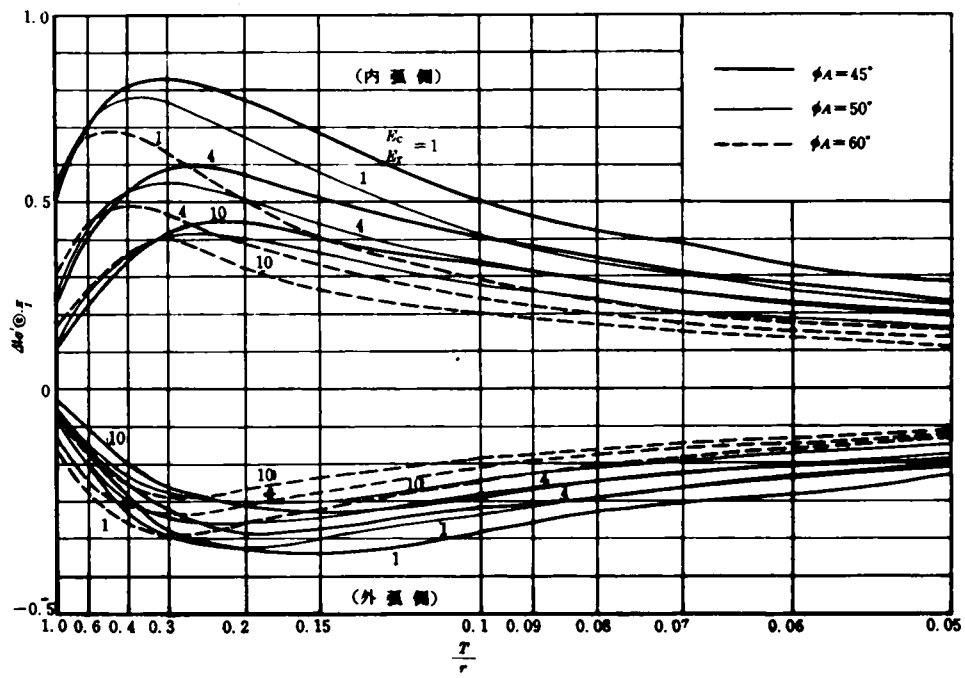
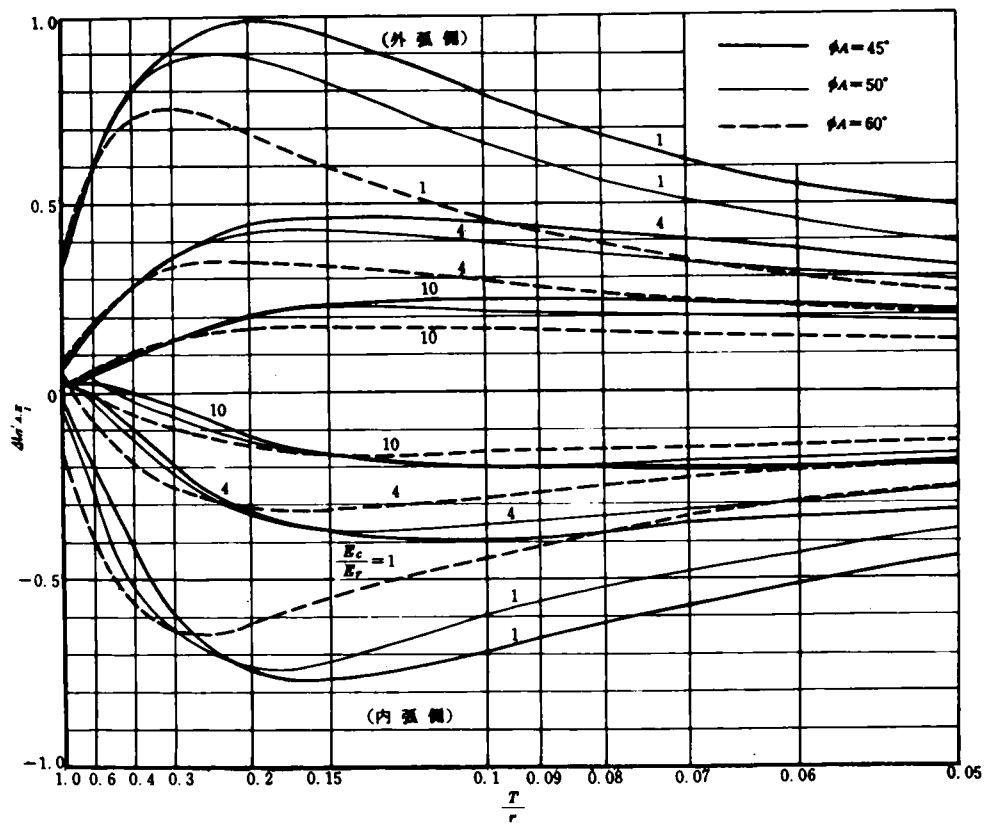


図 4.3.6 堤体平均温度上昇に対するアバットメントの応力係数



- ⑤ クラウンおよびアバットメントの応力の絶対値は $\frac{E_c}{E_r}$ が小さいほど、したがって基礎アバットメントが硬いほど大きくなるが、この理由として、クラウンおよびアバットメントが硬いときにはアーチリングの温度膨脹に対する拘束力が大きくなることが考えられる。
- ⑥ 以上の結論として、温度上昇を生じた円弧アーチの温度応力の絶対値を小さくするためには、薄肉アーチでは厚さを薄くし中心角を大きくとり、基礎を軟らかくすればよい。また厚肉アーチでは、はり理論の適用の可否についての疑問はあるが、厚さを厚くし、中心角を小さくとり、かつ基礎アバットメントを軟らかくすればよい。
- (2) 堤体平均温度変化量と堤体厚さとの関係を考慮したアーチ応力の挙動特性
- 年間の堤体温度変化量 Δt (°C) と堤体厚さ T (m) との間の逆比例の関係を示す。
- 次式 (Ⅲ〔3〕参照)

$$\Delta t = \frac{100}{T}, \quad T > 5 \text{ m}$$

を (4.3.8) 式および (4.3.13) 式に代入すれば、アーチクラウンに対して

$$\begin{aligned} \Delta t \sigma_{\text{CF}} &= \frac{100}{T} \frac{c_t E_c}{r} - \frac{1}{12} \sin \phi_A \left(\frac{T}{r} \right)^2 (H_2 \pm 6 \frac{r}{T} M_2) \\ &= \frac{100}{r} \frac{c_t E_c}{r} \cdot \Delta t \sigma_{\text{CF}}'' \end{aligned} \quad (4.3.14)$$

ただし

$$\Delta t \sigma_{\text{CF}}'' = \frac{1}{12} \sin \phi_A \frac{T}{r} (H_2 \pm 6 \frac{r}{T} M_2) \quad (4.3.15)$$

同様にアバットメントに対して、次式

$$\Delta t \sigma_{\text{AF}} = \frac{100}{r} \frac{c_t E_c}{r} \cdot \Delta t \sigma_{\text{AF}}'' \quad (4.3.16)$$

ただし

$$\Delta t \sigma_{\text{AF}}'' = \frac{1}{12} \sin \phi_A \frac{T}{r} (H_{A2} \pm 6 \frac{r}{T} M_{A2}) \quad (4.3.17)$$

を得ることができる。ただし係数 100 は °C m なる次元をもち、 Δt は 温度上昇量と考える。

(4.3.15), (4.3.17) 式で示される応力係数を図 4.3.7, 8 に図示した。

これより

- ① 堤体平均温度上昇に基づくクラウンおよびアバットメントのアーチ応力の絶対値を小さくするためには、堤厚を厚くすればよい。堤厚を厚くすれば、温度変化量 Δt が小さくなり、アーチ応力の絶対値は、したがって小さくなるであろう。
- ② その他の ϕ_A および $\frac{E_c}{E_r}$ の因子がアーチ応力に及ぼす効果等については、 Δt を一定とする場合と同様である。

図 4.3.7 堤厚と堤体平均温度上昇との関係を考慮した堤体平均温度上昇に対するアバットメントの応力係数

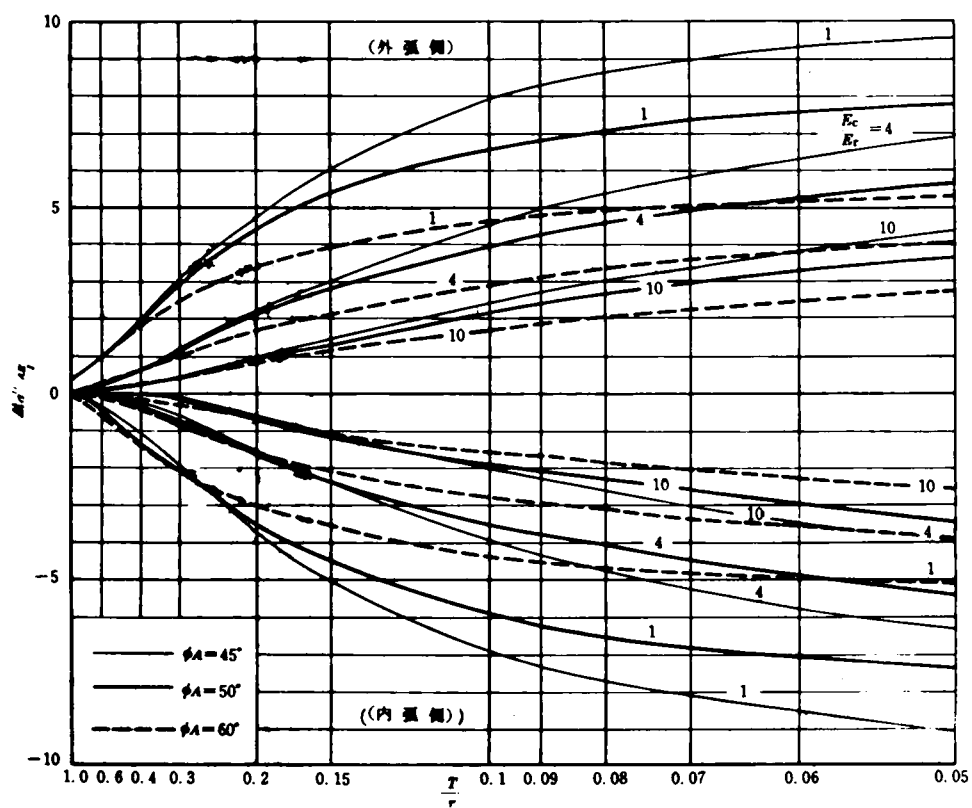
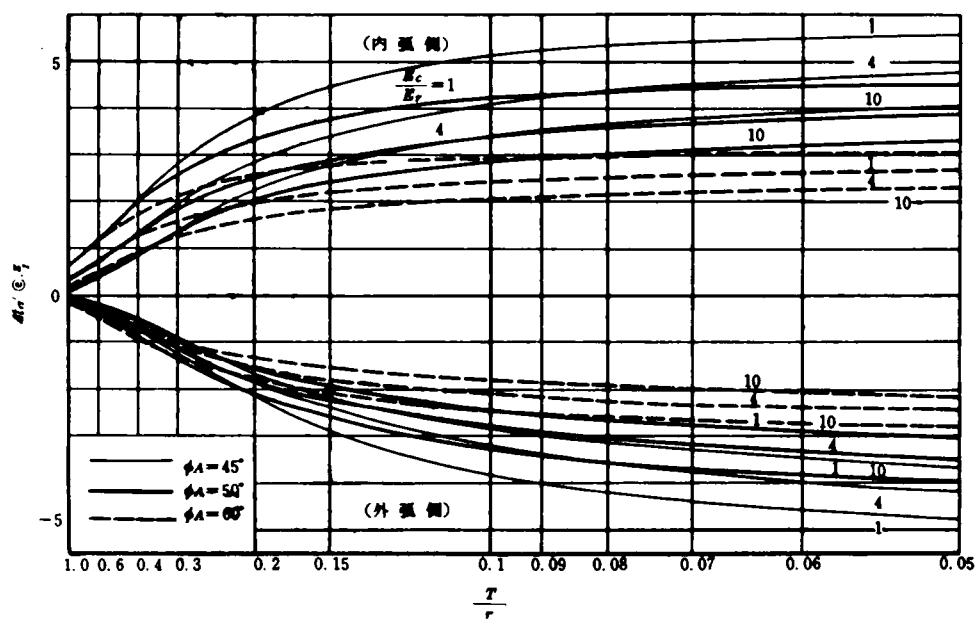


図 4.3.8 堤厚と堤体平均温度上昇との関係を考慮した堤体平均温度上昇に対するクラウンの応力係数



③ なお (4.3.14), (4.3.16) 式によつて $\frac{T}{r}$ を一定として半径 r を、したがつてアーチのスケールを大きくすれば、応力の絶対値は小さくなることがわかる。これはスケールが大きくなれば厚さが大きくなるため温度の影響を受く難くなるためである。

3.4 温度こう配による応力の挙動特性

(1) 曲げモーメント、スラストおよび応力係数

アーチクラウンにおける曲げモーメントおよびスラストは (4.2.4.1) ~ (4.2.4.3) 式および (4.2.9) 式を (4.2.3) 式に代入することによつて

$$\begin{aligned} \alpha M_{\odot} &= \frac{1}{12} c_t \alpha E_c T^3 \frac{-\phi_A c_{2.2}' + (\phi_A - \sin \phi_A) c_{1.2}'}{c_{1.1}' c_{2.2}' - c_{1.2}'^2} \\ &\equiv \frac{1}{12} c_t \alpha E_c T^3 M_s \\ &\equiv c_t \alpha E_c r^3 M_s' \end{aligned} \quad (4.3.18)$$

ただし

$$M_s' = \frac{1}{12} \left(\frac{T}{r} \right)^3 M_s \quad (4.3.19)$$

$$\begin{aligned} \alpha H_{\odot} &= \frac{1}{12} c_t \alpha \frac{E_c T^3}{r} \frac{\phi_A c_{1.2}' - (\phi_A - \sin \phi_A) c_{1.1}'}{c_{1.1}' c_{2.2}' - c_{1.2}'^2} \\ &\equiv \frac{1}{12} c_t \alpha \frac{E_c T^3}{r} H_s \\ &\equiv c_t \alpha E_c r^2 H_s' \end{aligned} \quad (4.3.20)$$

を得る。

ただし

$$H_s' = \frac{1}{12} \left(\frac{T}{r} \right)^3 H_s \quad (4.3.21)$$

したがつてクラウンの外、内弧面に生ずる応力は

$$\begin{aligned} \alpha \sigma_{\odot \mp} &= \frac{1}{12} c_t \alpha \frac{E_c T^2}{r} (H_s \pm 6 \frac{r}{T} M_s) \\ &\equiv c_t \alpha E_c r \alpha \sigma_{\odot \mp}' \end{aligned} \quad (4.3.22)$$

ただし

$$\alpha \sigma_{\odot \mp}' = \frac{1}{12} \left(\frac{T}{r} \right)^2 (H_s \pm 6 \frac{r}{T} M_s) \quad (4.3.23)$$

上式において M_s , H_s は一様な温度こう配 α を生じたアーチクラウンの曲げモーメント、スラストを表わす無次元量であり、 $\alpha \sigma_{\odot \mp}'$ はこの場合のクラウンの応力を表わす無次元量で圧縮を正にとり、添字 α は温度こう配を示す。

同様にアバットメントにおける曲げモーメント、スラスト、応力は

$$\alpha M_A = c_t \alpha E_c r^3 M'_{A3} \quad (4.3.24)$$

ただし

$$M'_{A3} = \frac{1}{12} \left(\frac{T}{\bar{r}} \right)^3 M_{A3} \quad (4.3.25)$$

$$\alpha H_A = c_t \alpha E_c r^2 H'_{A3} \quad (4.3.26)$$

ただし

$$H'_{A3} = \frac{1}{12} \left(\frac{T}{\bar{r}} \right)^3 H_{A3} \quad (4.3.27)$$

$$\alpha \rho_{AF} = \frac{1}{12} c_t \alpha \frac{E_c T^2}{r} (H_{A3} \pm 6 \frac{r}{T} M_{A3}) \quad (4.3.28)$$

$$= c_t \alpha E_c r \alpha \rho'_{AF}$$

クラウンおよびアバットメントのモーメント、スラストを表わす無次元量 $M'_s, H'_s, M'_{A3}, H'_{A3}$ および応力係数 $\alpha \rho'_{AF}, \alpha \rho'_{AF}$ の電算結果を図 4.3.9, 10, 11, 12 に図示した。これよりこの場合のアーチ応力の挙動特性として次の事項を指摘することができる。

- ① クラウン、アバットメントの何れに対しても、引張応力の発生を避けることができない。これは、平均温度上昇の場合と同様アーチ応力が、スラストよりむしろ曲げモーメントの影響を顕著に受けるためであろう。
- ② 正の温度こう配に対してクラウンおよびアバットメントには外弧面に引張応力が内弧面に圧縮応力が生ず。負の温度こう配に対して逆方向の応力となる。

図 4.3.9 温度こう配に対するクラウンのモーメント、スラスト M'_s, H'_s

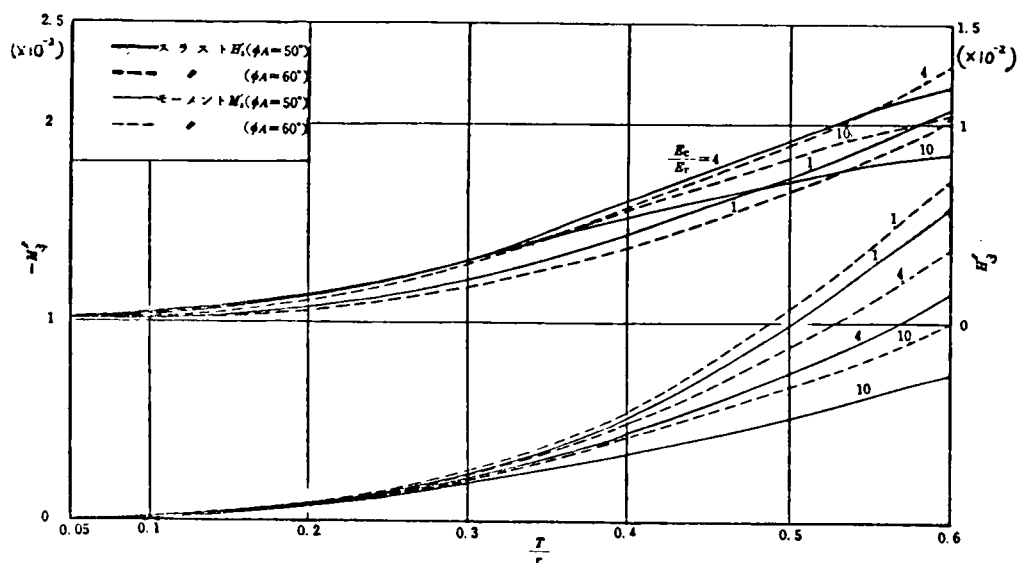


図 4.3.10 温度こう配に対するアバウトメントのモーメント、スラスト M_{A3}^I , H_{A3}^I

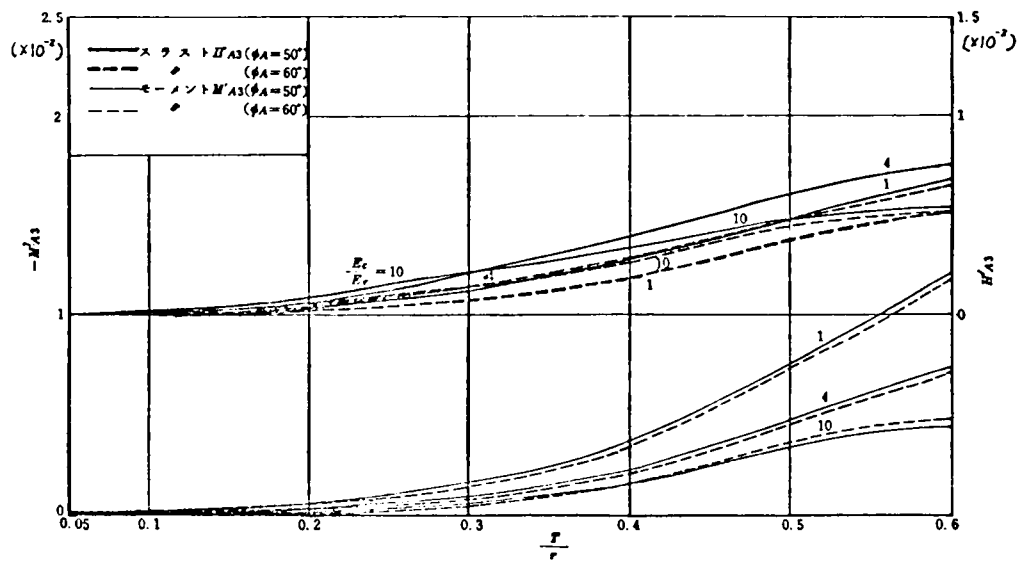


図 4.3.11 温度こう配に対するクラウンの応力係数

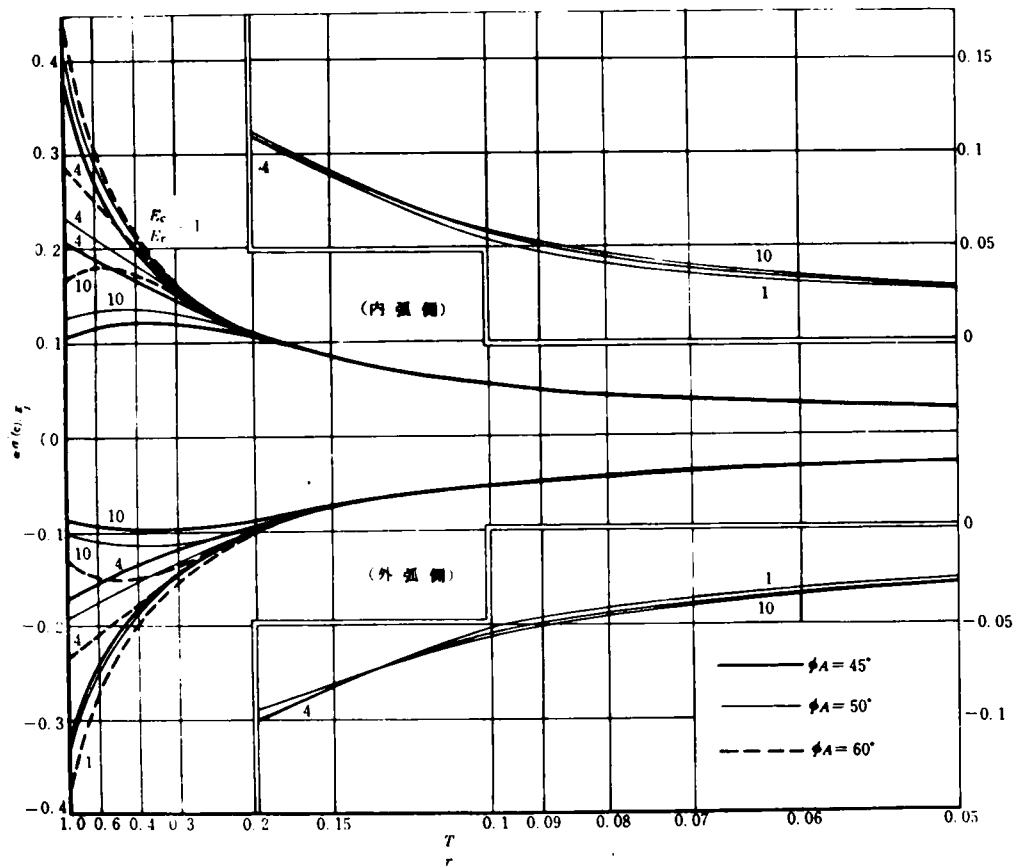
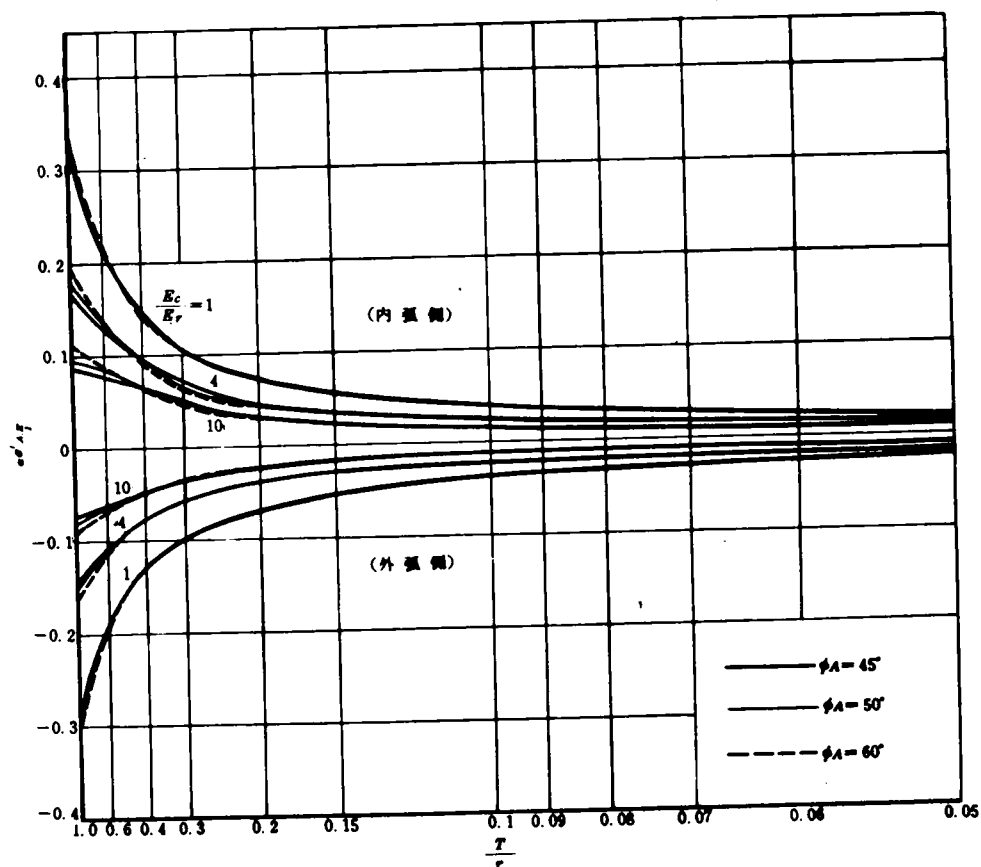


図 4.3.1 2 温度こう配に対するアバットメントの応力係数



また外、内弧面に生ずる応力の絶対値はほぼ等しい。

- ③ クラウンおよびアバットメントに生ずる応力の絶対値は、温度こう配 α を一定とすると、薄肉アーチほど小さくとなると考えてよい。これは主として厚さが薄くなることによる曲げモーメントの減少に帰因するものと考えられる。
- ④ クラウンにおける応力の絶対値は、薄肉アーチでは中心角および基礎の硬軟の影響をほとんど受けない。アバットメントでは基礎の拘束が大きいほど応力の絶対値は大きくなる。

(2) 温度こう配変化量と堤体厚さとの関係を考慮したアーチ応力の挙動特性

つねに水面下に水没する年間の温度こう配変化量 α ($^{\circ}\text{C}/\text{m}$) と堤体厚さ T (m) との間の逆比例の関係を示す。

次式 (Ⅲ [3] 参照)

$$\alpha = \frac{16}{T}, \quad T > 5 \text{ m}$$

を (4.3.2 2), (4.3.2 8) 式に代入すれば、アーチクラウンに対して

$$\begin{aligned} \sigma_{\odot I} &= 16 C_t E_c \frac{1}{12} \left(\frac{T}{r} \right) \left(H_s \pm 6 \frac{r}{T} M_s \right) \\ &= 16 C_t E_c \alpha \sigma_{\odot I}'' \end{aligned} \quad (4.3.2 9)$$

$$\text{ただし } \alpha \sigma''_{\odot \frac{E}{I}} = \frac{1}{12} \left(\frac{T}{r} \right) (H_3 \pm 6 \frac{r}{T} M_3) \quad (4.3.30)$$

同様にしてアバットメントにおける応力は

$$\begin{aligned} \alpha \sigma_{A \frac{E}{I}} &= 16 C_t E_c \frac{1}{12} \left(\frac{T}{r} \right) (H_{A3} \pm 6 \frac{r}{T} M_{A3}) \\ &\equiv 16 C_t E_c \alpha \sigma''_{A \frac{E}{I}} \end{aligned} \quad (4.3.31)$$

となる。ただし係数 16 は C の次元をもつ (4.3.30), (4.3.31) 式における $\alpha \sigma''_{\odot \frac{E}{I}}$, $\alpha \sigma''_{A \frac{E}{I}}$ を図示した図 4.3.13, 14 より次のことが考察される。

図 4.3.13 堤厚と温度こう配の関係を考慮した温度こう配に対するクラウンの応力係数

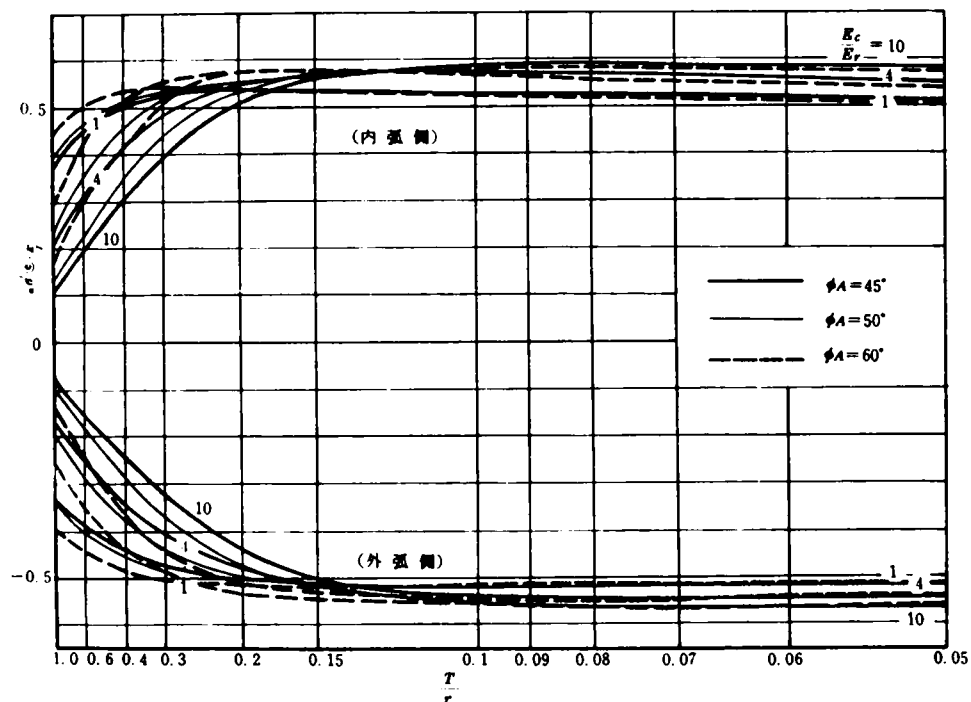
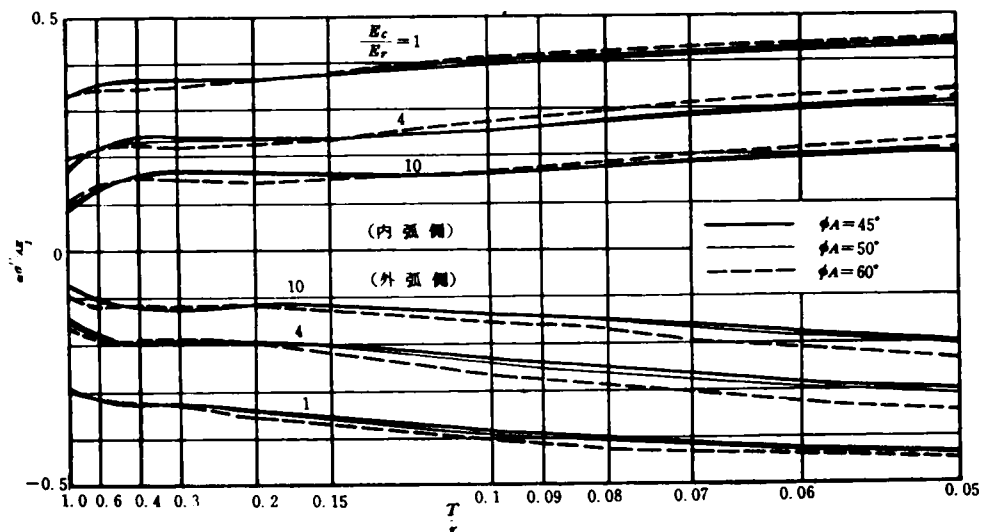


図 4.3.14 堤厚と温度こう配との関係を考慮した温度こう配に対するアバットメントの応力係数



① 温度こう配によるクラウンおよびアバットメントのアーチ応力の絶対値を小さくするためには堤厚を大きくとればよい。

ただし、薄肉アーチのアーチクラウンでの応力は厚さに関係なくほぼ一定した値をとる。

3.5 総合効果

このように温度荷重が単独にアーチに作用する場合には、引張応力の発生を避けることができない。しかし、水圧荷重による圧縮応力が温度荷重による引張応力を十分打ち消す大いさであれば、引張応力を生じない。

したがって、もし温度荷重による引張応力が生ず場合には、水圧荷重による圧縮応力を大きく温度荷重による引張応力をできるだけ小さくするようにすればよいのであつて、具体的には基礎が軟らかく、温度荷重に対する拘束力が小さい場合、あるいは(4.3.14)式において r が大きい場合、すなわち類似の材料、形状特性をもつアーチダムに対して、そのスケールが大きいほど、温度荷重による引張応力は小さくなる。また $\frac{T}{r}$ を小さくして水圧荷重による圧縮応力の増大を期待することも考えられる。

その他、温度荷重による引張応力を取り除く方法として、アーチリングの温度膨脹に対する片持ばり抵抗を大きくするため、基底厚高さ比を大きくとること、片持ばり要素の下流オーバーハングによる自重、過冷却によるプリストレスの応用等^{4.17)}が考えられる。またグラウト完了後は速かにたん水を開始しなければならないであろう。

コンクリートアーチ橋では主として自重による圧縮応力により温度荷重による引張応力を打ち消すように設計すべきであろう。

3.6 結 論

① 堤体平均温度上昇および温度こう配によつて堤体内、外弧面に生ずる応力の絶対値は荷重を一定とする場合、薄肉では $\frac{T}{r}$ が小さいほど小さくなる。

② クラウンおよびアバットメントにおける水圧荷重による圧縮応力および堤厚と温度荷重との関係を考慮した場合の温度応力の絶対値は $\frac{T}{r}$ が小さいほど大きくなる。

③ 水圧荷重による最大圧縮応力はクラウンに対しては基礎が軟らかいほど、アバットメントに対しては硬いほど大きくなる。^{4.15)} 温度応力の絶対値は基礎が軟らかいほど小さくなると考えてよい。

④ 水圧荷重を受けるアーチの圧縮応力および堤体平均温度上昇によるアーチ応力の絶対値は、中心角が大きくなるにしたがつて薄肉ではより小さく、厚肉ではより大きくなる。^{4.18)} 温度こう配による応力は、中心角の影響をとくに薄肉アーチの場合、顕著に受けない。

⑤ 温度荷重が単独にアーチに作用する場合には、引張応力の発生を避けることができない。この引張応力を除去する方法として2、3の考察を行なつた。

〔4〕アーチダムのたわみの挙動特性

4.1 要 旨

構造物のたわみあるいは変位は、構造物の剛性を表わすパラメーターとして、また静定構造物の解法における手段として利用される。アーチダムのいわゆる荷重分割計算も、アーチ要素および片持ばり要素の変位を等しくするように各要素の配分荷重の大きさを決定するものであつて、換言すれば配分荷重の大きさを定め得るものは、この変位あるいは変位を各要素とする構造物の flexibility マトリクスそのものであると考えられる。

ここではまず弾性固定等厚対称円弧アーチおよび片持ばりのたわみ特性を検討する。

4.2 弾性固定アーチのたわみの挙動特性

弾性固定対称アーチのクラウンの上流方向の変位 Δr_{\odot} は次式

$$\Delta r_{\odot} = \int_{3,1}^{\odot} M_{\odot} + \int_{3,2}^{\odot} H_{\odot} - \int_0^{\odot} \int_3^{\odot} - \int_t^{\odot} \int_3^{\odot} \quad (4.4.1)$$

のとおり表わすことができる。ここに $\int_{j,j}^{\odot}$ ($j = 1, 2$) は、おのおのクラウンにおいて単位の曲げモーメント、スラストが作用したときの上流方向への変位を表わし、 M_{\odot} 、 H_{\odot} はクラウンにおけるモーメント、スラストである。

また $\int_0^{\odot} \int_3^{\odot}$ 、 $\int_t^{\odot} \int_3^{\odot}$ はおのおのクラウンにおいて両断された静定基本系に水圧、温度荷重が作用したときのクラウンの下流方向の変位を表わし

$$\begin{aligned} \int_{3,1}^{\odot} &= \frac{12r^2}{E_c T^3} [\text{vers } \phi_A] + \alpha_1 X_A + \alpha_2 \cos \phi_A \\ &= \frac{12r^2}{E_c T^3} \left[C_{3,1} + \frac{1}{12} \frac{E_c}{E_r} \frac{T}{r} \{ k_{\alpha} \sin \phi_A + k_{\alpha 2} \cos \phi_A \frac{T}{r} \} \right] \\ &= \frac{12r^2}{E_c T^3} C'_{3,1} \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

$$\begin{aligned} \int_{3,2}^{\odot} &= \frac{12r^3}{E_c T^3} \left[\text{vers } \phi_A - \frac{\sin^2 \phi_A}{2} \right] + \frac{r}{E_c T} [\sin^2 \phi_A] \\ &\quad + \alpha_1 X_A Y_A + \alpha_2 X_A \sin \phi_A - \beta \sin \phi_A \cos \phi_A + \alpha_2 Y_A \cos \phi_A + \gamma \sin \phi_A \cos \phi_A \\ &= \frac{12r^3}{E_c T^3} \left[C_{3,2} + \frac{1}{12} C_{3,2} \left(\frac{T}{r} \right)^2 + \frac{1}{12} \frac{E_c}{E_r} \frac{T}{r} \{ k_{\alpha} \sin \phi_A \text{vers } \phi_A \right. \\ &\quad \left. + k_{\alpha 2} (\sin^2 \phi_A + \text{vers } \phi_A \cos \phi_A) \frac{T}{r} - (k_{\beta} - k_{\gamma}) \sin \phi_A \cos \phi_A \left(\frac{T}{r} \right)^2 \} \right] \\ &= \frac{12r^3}{E_c T^3} C'_{3,2} \end{aligned} \quad (4.4.3)$$

上式で k_{α} 、 $k_{\alpha 2}$ 、 k_{β} 、 k_{γ} は岩盤常数、 r はアーチ中心線の曲率半径、 T は堤厚、 $2\phi_A$ はアーチ中心角、 E_c 、 E_r はコンクリート、岩盤の弾性係数である。

また

$$\begin{aligned} \int_3' &= \frac{12R_u r^3}{E_c T^3} P \left\{ c_{3.0} + \frac{1}{12} c_{3.0} \left(\frac{T}{r} \right)^2 + \frac{1}{12} \frac{E_c}{E_r} \frac{T}{r} \left\{ k_a \sin \phi_A \text{vers} \phi_A \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + k_{a.2} (\cos \phi_A \text{vers} \phi_A + \sin^2 \phi_A) \frac{T}{r} + (k_\beta \text{vers} \phi_A + k_\gamma \cos \phi_A) \sin \phi_A \left(\frac{T}{r} \right)^2 \right\} \right\} \\ &\equiv \frac{12R_u r^3}{E_c T^3} P c'_{3.0} \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

$$\Delta t \int_3' = -c_t \Delta t r \text{vers} \phi_A \quad (4.4.5)$$

$$\alpha \int_3' = -c_t r^2 \alpha \text{vers} \phi_A \quad (4.4.6)$$

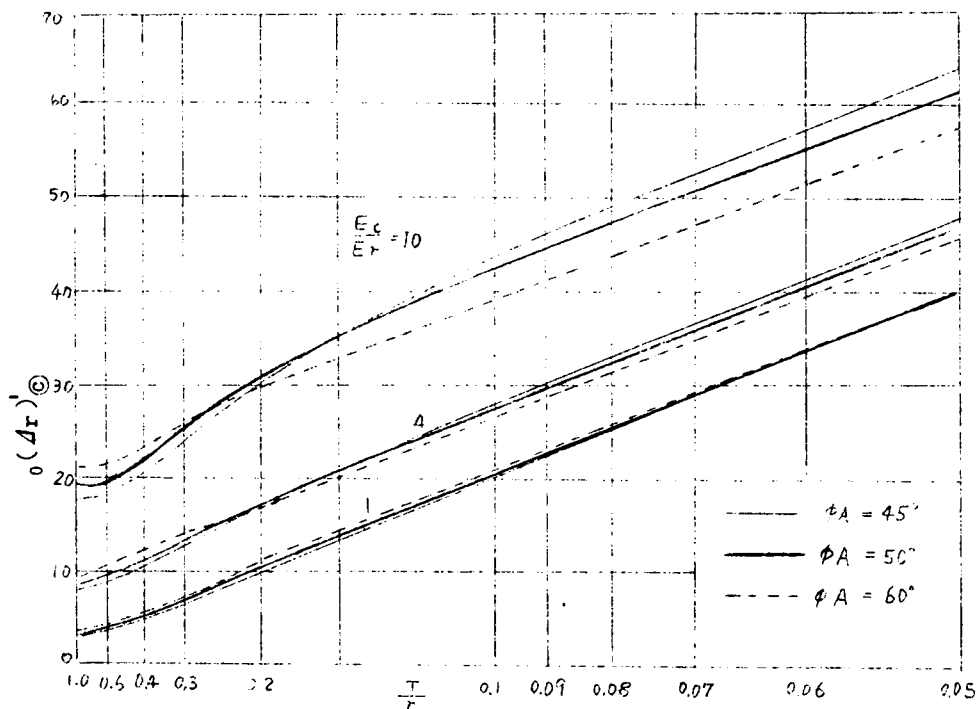
上式で R_u , P , c_t , Δt , α はおのおのアーチ外弧面の曲率半径、等分布水圧荷重、コンクリートの膨張係数、堤体平均温度上昇、温度こう配をあらわす。

(1) 水圧荷重によるたわみ

水圧荷重による上流方向のたわみ ${}_0(\Delta r)_{\odot}$ は M_1 , H_1 によつて水圧荷重によるクラウンの曲げモーメント、スラストの無次元量を表わすものとすれば (4.4.2), (4.4.3), (4.4.4) 式および (4.2.10), (4.2.12) 式を (4.4.1) 式に代入することによつて次式のとおりとなる。

$$\begin{aligned} {}_0(\Delta r)_{\odot} &= \frac{12r^2}{E_c T^3} c'_{3.1} P R_u r M_1 + \frac{12r^2}{E_c T^3} c'_{3.2} P R_u H_1 - \frac{12R_u r^3}{E_c T^3} P c'_{3.0} \\ &= -\frac{P r^4}{E_c T^3} \left\{ 12 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{T}{r} \right) \left\{ c'_{3.0} - (c'_{3.1} M_1 + c'_{3.2} H_1) \right\} \right\} \\ &= -\frac{P}{E_c} r \left\{ 12 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{T}{r} \right) \left(\frac{1}{\frac{T}{r}} \right) \left\{ c'_{3.0} - (c'_{3.1} M_1 + c'_{3.2} H_1) \right\} \right\} \\ &\equiv -\frac{P}{E_c} r {}_0(\Delta r)'_{\odot} \end{aligned} \quad (4.4.7)$$

図 4.4.1 水圧荷重に対するクラウンのたわみ係数



(4.4.7) 式におけるたわみ係数 $\phi(\Delta r)_{\odot}$ と $\frac{T}{r}$ の関係の電算結果を図 4.4.1 に図示した。図より次の諸点が考察される。

- ① 水圧荷重によりアーチは下流にたわむ。
- ② 水圧荷重によるアーチクラウンのたわみは $\frac{r}{T}$ に比例する。
- ③ $\frac{Ec}{Er}$ に比例してたわみは大きくなる。
- ④ 基礎が軟らかい薄肉アーチであれば中心角が大きいほどたわみは小さくなる。

また、基礎が軟らかいほど中心角によるたわみの差異が顕著に表われる。

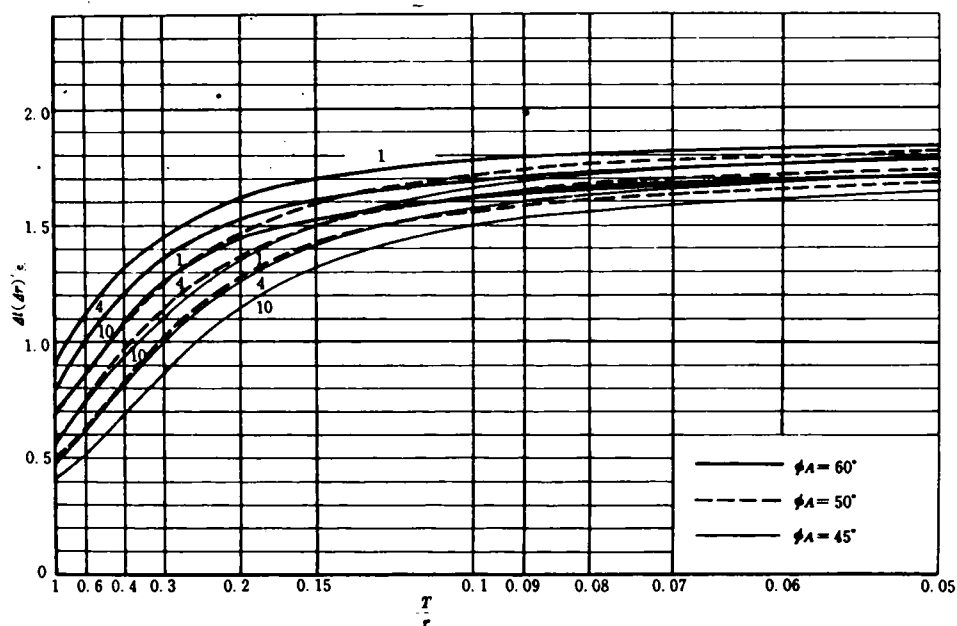
(2) 堤体平均温度上昇によるたわみ

堤体平均温度上昇による上流方向のたわみ $\Delta t(\Delta r)_{\odot}$ は M_2 、 H_2 によつてこの場合のクラウンの曲げモーメント、スラストを表わす無次元量とすれば

$$\begin{aligned}\Delta t(\Delta r)_{\odot} &= c_t \Delta tr \{ \text{vers } \phi_A + \sin \phi_A (c_{31}' M_2 + c_{32}' H_2) \} \\ &= c_t \Delta tr \Delta t(\Delta r)_{\odot} \quad (4.4.8)\end{aligned}$$

である。(4.4.8) 式の電算結果をプロットした図 4.4.2 より次の事項が考察される。

図 4.4.2 堤体平均温度上昇に対するクラウンのたわみ係数



- ① 堤体平均温度上昇により、アーチは上流方向にたわむ。
- ② 薄肉アーチほどたわみは大きいが $\frac{T}{r}$ が 0.1 より小さい薄肉アーチではたわみの値に大きい差異は認められない。
- ③ 中心角に比例してたわみは増大する。
- ④ 基礎が硬い方がたわみは大きくなる。

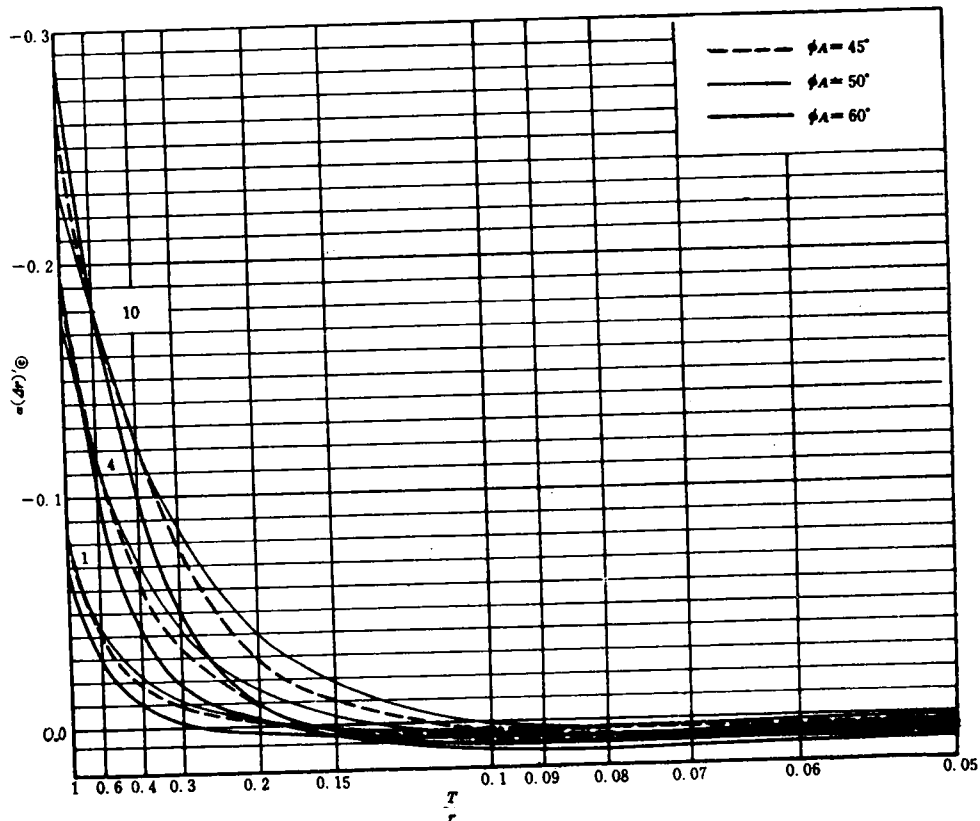
(3) 温度こう配によるたわみ

温度こう配による上流方向のたわみ $\alpha(\Delta r)_{\odot}$ は同様次式のとおりでである。

$$\begin{aligned}\alpha(\Delta r)_{\odot} &= c_t \alpha r^2 (\text{vers } \phi_A + c_{31}^I M_3 + c_{32}^I H_3) \\ &\equiv c_t \alpha r^2 \alpha(\Delta r)_{\odot}'\end{aligned}\quad (4.4.9)$$

上式の $\alpha(\Delta r)_{\odot}'$ の電算結果をプロットした図 4.4.3 より次の事項が考察される。

図 4.4.3 温度こう配に対するクラウンのたわみ係数



- ① 温度こう配による薄肉アーチの変位は $\frac{T}{r}$ の大いさには無関係にきわめて小さい値をとり α の正負に応じて上流または下流にたわむ。
- ② 厚肉アーチの変位は $\alpha > 0$ の場合は下流方向に生じ、より厚肉であるほど下流方向の変位は大きい。
- ③ 厚肉アーチの下流方向変位および薄肉アーチの上流方向変位は基礎アバットメントが硬いほど小さくなり、 $\frac{Ec}{Et} = 0$ すなわち完全固定の場合のアーチクラウンの変位は零に近づく。
完全固定アーチの状態より、次第に基礎アバットメントが軟らかくなることは、完全固定アーチのアバットメントに内弧側引張りモーメントが作用することであり、このモーメントによるアーチリングの変形は厚肉アーチでは円弧の形状を保つたまま下流へ変位するが、薄肉アーチでは、円弧形状が変形し、むしろクラウンでは上流方向に変位するのであろう。

薄肉アーチにおける温度こう配によるたわみがいかに小さい値をとるかを示すために $r = 100 \text{ m}$, $T = 10 \text{ m}$, $\phi_A = 50^\circ$, $\frac{E_c}{E_r} = 4$ のアーチに水圧荷重 $P = 1 \text{ Kg/cm}^2$, $\Delta t = 10^\circ\text{C}$, $\alpha = 1.5^\circ\text{C/m}$ の各荷重が単独に作用したときの各荷重によるたわみを求める。ただし $E_c = 200,000 \text{ Kg/cm}^2$, $C_t = 10 \times 10^{-6}$ とする。

〔解〕

$$\frac{T}{r} = 0.1 \text{ であるから}$$

$$_0(\Delta r)_{\odot} = \frac{1}{200,000} \times 100,000 \times 27.8 = 13.9 \dots\dots\dots (mm)$$

$$\Delta t(\Delta r)_{\odot} = 10 \times 10^{-6} \times 10 \times 100,000 \times 1.63 = 16.3 \dots\dots\dots (mm)$$

$$\alpha(\Delta r)_{\odot} = 10 \times 10^{-6} \times 1.5 \times 100 \times 100,000 \times 0.00558 = 0.835 \dots\dots\dots (mm)$$

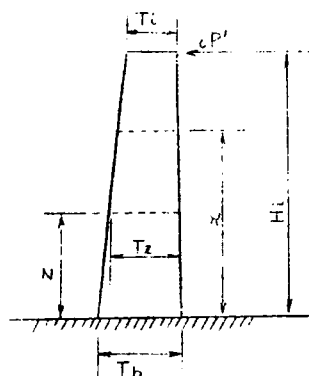
基礎アパットメントが軟らかく厚肉の場合には温度こう配によるたわみは無視できないが、厚さが厚くなれば温度こう配変化量が小さくなるため、何れにしても温度こう配による変位は小さいものと考えられる。

4.3 弾性固定てい形片持ばりのたわみの挙動

(1) 固定片持ばり

片持ばりの高さ H_1 、基底厚 T_b 、クレスト厚 T_t で基底よりの任意の高さ z における厚さ T_z が z と共に一次的に遞減するてい形の固定片持ばりのクレストにおいて単位集中荷重を受ける場合の高さ x におけるたわみを求めよう。

図 4.4.4 てい形片持ばり



比例常数 k に対して

$$T_z = T_b - kz \quad (4.4.10)$$

したがって

$$T_i = T_b - kH_i$$

$$\therefore k = \frac{T_b - T_i}{H_i} = \frac{T_b}{H_i} \left(1 - \frac{T_i}{T_b}\right) \quad (4.4.11)$$

また

$$\eta = \frac{x}{H_i} \quad (4.4.12)$$

なる η を定義し、クラウンにおける水平荷重 cP' による高さ x におけるたわみを $\int \eta$ 、高さ z に生ずる曲げモーメントを M_z とすれば

$$M_z = (H_i - z) cP'$$

であり、高さ x に単位の荷重が作用したときの z における曲げモーメントは

$$M_z = x - z$$

であるから、仮想仕事の原理によつて

$$\int \eta = \int_0^x \frac{cP' (H_i - z) (x - z)}{E_c I_z} dz$$

ただし、 I_z は高さ z における片持ばり断面の 2 次モーメントであり

$$I_z = \frac{1}{12} T_z^3 = \frac{1}{12} (T_b - kz)^3$$

$$\therefore \int \eta = \frac{12 cP'}{E_c} \int_0^x \frac{H_i x - (H_i + x) z + z^2}{(T_b - kz)^3} dz \quad (4.4.13)$$

(4.4.13) 式の分数を部分分数に分解し積分すれば

$$\int \eta = \frac{cP'}{E_c \left(\frac{T_b}{H}\right)^3} \int \eta' \quad (4.4.14)$$

ただし

$$\int \eta' = 12 \frac{1}{C^2} \left\{ \frac{1}{2C} R_t \left(1 - \frac{1}{1-C\eta}\right) - \frac{1}{C} \ln(1-C\eta) - \frac{1}{2}(1+C)\eta \right\} \quad (4.4.15)$$

$$C = \left(1 - \frac{T_i}{T_b}\right) \quad (4.4.16)$$

$$R_t = \frac{T_i}{T_b} \quad (4.4.17)$$

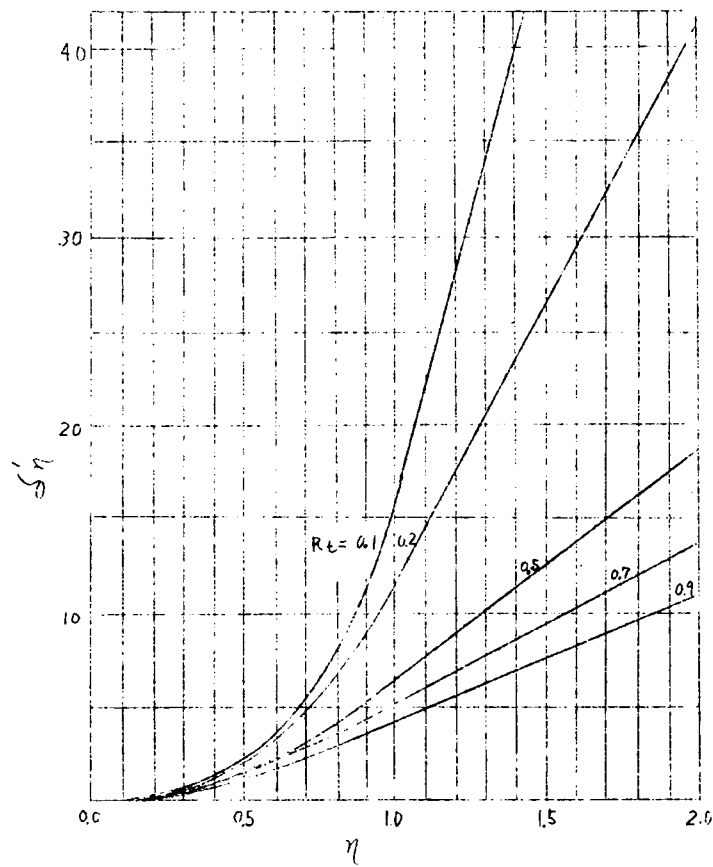
を得る。

(4.4.15) 式における $\int \eta'$ と η の関係を R_t の各種の値に対して図 4.4.5 にプロットしたが、 R_t にたわみ $\int \eta'$ は逆比例する。

なお、片持ばりのたわみの傾角は (4.4.15) 式を η で微分することによつて次式のとおりととなる。

$$\frac{d \int \eta'}{d \eta} = 12 \frac{1}{C^2} \left\{ -\frac{1}{2}(1-C) \frac{1}{(1-C\eta)^2} + \frac{1}{1-C\eta} - \frac{1}{2}(1+C) \right\} \quad (4.4.18)$$

図 4.4.5 固定片持ばりのたわみ曲線



とくに $\eta = 1$ における傾角は

$$\left(\frac{d\delta'_{\eta}}{d\eta} \right)_{\eta=1} = 6 \frac{1}{C^2} \left\{ \frac{1}{R_t} - (1+C) \right\}$$

のとおり求めることができる。

(2) 片持ばりのたわみに及ぼす基礎の変形の効果

荷重 cP' により片持ばりのアバットメントに生ずるモーメント、せん断力を M_A , V_A とすれば、片持ばりのアバットメントの cP' 方向の変位は

$$\begin{aligned} c\delta_A &= V_A r + M_A \alpha_2 \\ &= \frac{cP'}{E_r} \left(k_r + k_{\alpha 2} \frac{1}{\frac{T_b}{H_1}} \right) \end{aligned} \quad (4.4.19)$$

したがって $c\delta_A$ および基礎の回転により片持ばりの高さ ηH_c に生ずる変位は

$$\begin{aligned} \delta_{\eta, r} &= c\delta_A + (M_A \alpha_1 + V_A \alpha_2) \eta H_c \\ &= \frac{cP'}{E_c \left(\frac{T_b}{H_c} \right)^3} \left\{ \frac{E_c}{E_r} \frac{T_b}{H_c} \left\{ \eta k_{\alpha 1} + (1+\eta) k_{\alpha 2} \left(\frac{T_b}{H_c} \right) + k_r \left(\frac{T_b}{H_c} \right)^2 \right\} \right\} \end{aligned} \quad (4.4.20)$$

したがって荷重 cP' による弾性固定片持ばりの任意点におけるたわみは (4.4.14) (4.4.20) 式の和として次式

$$\begin{aligned} c\int \eta &= \int \eta + \int \eta \cdot \gamma \\ &= \frac{cP'}{E_c} c\int \eta' \end{aligned} \quad (4.4.21)$$

ただし

$$\begin{aligned} c\int \eta' &= 12 \frac{1}{C^2} \left[\frac{1}{2C} R_t \left(1 - \frac{1}{1-C\eta} \right) - \frac{1}{C} \ln(1-C\eta) - \frac{1}{2}(1+C)\eta \right] \\ &\quad + \frac{1}{\left(\frac{T_b}{H_c}\right)^3} \left[\frac{E_c}{E_t} \frac{T_b}{H_c} \left\{ \eta k_{a,1} + (1+\eta) k_{a,2} \left(\frac{T_b}{H_c} \right) + k_y \left(\frac{T_b}{H_c} \right)^2 \right\} \right] \end{aligned} \quad (4.4.22)$$

のとおり表わすことができる。

各種の $\frac{E_c}{E_t}$, R_t , η の値に対する $c\int \eta'$ と $\frac{T_b}{H_c}$ の関係の計算結果によれば、たわみ $c\int \eta'$ は $\frac{T_b}{H_c}$ に逆比例する、すなわち $\frac{T_b}{H_c}$ はてい形片持ばりの剛性を表わすパラメーターとなることが考察された。

4.4 結 論

- (1) 水圧荷重および堤体平均温度上昇によるアーチのたわみは $\frac{T}{R}$ に逆比例する。
すなわち厚さ半径比 $\frac{T}{R}$ はこの場合のアーチ剛性を表わすパラメーターと考えられる。
同様に基底厚高さ比 $\frac{T_b}{H_c}$ は片持ばりの剛性を表わすパラメーターである。
- (2) 温度こう配による薄肉アーチのたわみは $\frac{T}{R}$ の大いさには無関係に他の2荷重に比して、きわめて小さい値をとる。
- (3) 水圧荷重および温度こう配によるアーチのたわみは基礎が硬い方が小さくなるが、堤体平均温度上昇によるたわみは逆に基礎の硬さに比例して大きくなる。
- (4) 水圧荷重による薄肉アーチのたわみは、中心角が大きいほど小さいが、堤体平均温度上昇によるたわみは逆に中心角に比例して大きくなる。

〔5〕無次元解析法によるアーチダムのたわみおよび応力の挙動特性

5.1 要 旨

いくつかのアーチおよび片持ばりが重複して造られるアーチダムのたわみおよび応力はアーチダムの荷重分割計算の過程に表われるアーチおよび片持ばりに関する stiffness マトリクス ${}_aK$, ${}_cK$ の和あるいは比の関数として表わされることを述べ、 ${}_aK$, ${}_cK$ の各主要パラメーターである標準標高アーチの厚さ半径比 $\frac{T_0}{R_0}$ および片持ばりの基底厚高さ比 $\frac{T_b}{H_0}$ と配分荷重 ${}_aP$, ${}_cP$ 応力 σ , たわみ δ の無次元量との関係についてアーチクラウンカンティレバー法による電子計算結果を考察し、その挙動特性を明らかにした。荷重としては、水圧荷重、堤体平均温度、温度こう配の3荷重をとった。

5.2 水圧荷重に対して⁴¹⁹⁾

(1) 理 論

アーチダムのクラウン片持ばりの下流方向のたわみを ${}_c\mathcal{J}$ 、配分荷重を ${}_cP$ 、flexibility マトリクスを ${}_cF$ とすれば

$${}_c\mathcal{J} = {}_cF \cdot {}_cP \quad (4.5.1)$$

ただし

$${}_c\mathcal{J} = \begin{pmatrix} {}_c\mathcal{J}_1 \\ {}_c\mathcal{J}_2 \\ \vdots \\ {}_c\mathcal{J}_n \end{pmatrix} \quad {}_cP = \begin{pmatrix} {}_cP'_1 \\ {}_cP'_2 \\ \vdots \\ {}_cP'_n \end{pmatrix}$$

$${}_cF = \begin{pmatrix} {}_c\mathcal{J}_{1.1} & {}_c\mathcal{J}_{1.2} & \cdots & {}_c\mathcal{J}_{1.n} \\ {}_c\mathcal{J}_{2.1} & {}_c\mathcal{J}_{2.2} & \cdots & {}_c\mathcal{J}_{2.n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}_c\mathcal{J}_{n.1} & {}_c\mathcal{J}_{n.2} & \cdots & {}_c\mathcal{J}_{n.n} \end{pmatrix}$$

${}_c\mathcal{J}$ 、 ${}_cP$ の各要素の右付添字は標高番号を表わし、 ${}_cF$ の各要素 ${}_c\mathcal{J}_{i,j}$ は j 標高において単位の荷重が作用したときの i 標高におけるたわみで (4.4.21) 式より計算され、左付添字 c はすべて片持ばりを表わす。

同様にアーチ要素に対して

$${}_a\mathcal{J} = {}_aF \cdot {}_aP \quad (4.5.2)$$

ただし

$${}_a\mathcal{J} = \begin{pmatrix} {}_a\mathcal{J}_1 \\ {}_a\mathcal{J}_2 \\ \vdots \\ {}_a\mathcal{J}_n \end{pmatrix} \quad {}_aP = \begin{pmatrix} {}_aP'_1 \\ {}_aP'_2 \\ \vdots \\ {}_aP'_n \end{pmatrix}$$

$${}_aF = \begin{pmatrix} {}_a\mathcal{J}_{1.1} & & & 0 \\ & {}_a\mathcal{J}_{2.2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & {}_a\mathcal{J}_{n.n} \end{pmatrix}$$

ただし ${}_aF$ は対角マトリクスであり、 ${}_a\mathcal{J}_{i,i}$ は i 標高アーチクラウンの単位の荷重による下流方向たわみで、(4.4.7) 式より計算される。 ${}_aP$ はアーチ配分荷重、 ${}_a\mathcal{J}$ はアーチクラウンのたわみで添字の意味は片持ばりと同様である。

しかるとき P を全荷重とすれば

$$P = {}_aP + {}_cP \quad (4.5.3)$$

また

$${}_a \mathcal{J} = {}_c \mathcal{J} \equiv \mathcal{J} \quad (4.5.4)$$

であるから

$$\begin{aligned} {}_c F \cdot {}_c P &= {}_a F (P - {}_c P) \\ {}_c P &= ({}_a F + {}_c F)^{-1} {}_a F P \\ &= \{ {}_a F ({}_a F^{-1} \cdot {}_a F + {}_a F^{-1} {}_c F) \}^{-1} {}_a F P \\ &= (I + {}_a F^{-1} {}_c F)^{-1} P \\ &= (I + {}_a K {}_c K^{-1})^{-1} P \end{aligned} \quad (4.5.5)$$

$$\therefore {}_c P = (I + {}_c K {}_a K^{-1})^{-1} P \quad (4.5.6)$$

(4.5.5), (4.5.6) 式における ${}_c K$, ${}_a K$ は ${}_c F$, ${}_a F$ の逆マトリクスで、いわば片持ばりおよびアーチの抵抗を表わす一種の stiffness マトリクスである。I は単位マトリクスである。

(4.5.6) 式を (4.5.2) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} \mathcal{J} &= {}_a F (I + {}_c K {}_a K^{-1})^{-1} P \\ &= ({}_a K + {}_c K)^{-1} P \end{aligned} \quad (4.5.7)$$

以上の計算における配分荷重、たわみ、応力をすべて無次元量で表示しよう。

高さ H_0 を n 等分した上から i 番目の標高の $\frac{H_0}{n}$ 区間の水圧荷重は満水位に対して、水平方向に単位巾あたり

$$\begin{aligned} P'_i &= \frac{(2i-1)}{2} w \left(\frac{H_0}{n} \right)^2 \\ &= P''_i w H_0^2 \end{aligned} \quad (4.5.8)$$

ここに

$$P''_i = \frac{(2i-1)}{2n^2} \quad (4.5.9)$$

であり P'_i を等分布荷重 P_i に換算すれば

$$\begin{aligned} F_i &= \frac{P_i}{\frac{H_0}{n}} \\ &= P''_i n w H_0 \end{aligned} \quad (4.5.10)$$

を得る。 ${}_a F$ の (i, i) 要素は、 $P'_i = 1$ すなわち $P_i = \frac{1}{\frac{H_0}{n}}$ によるたわみであり

これを $({}_a F)_{i,i}$ とすれば無次元量

$$a\int_{i,i}' = 12 \frac{r_i}{H_o} \left(1 + 0.5 \frac{T_i}{r_i}\right) (c'_{30i} - c'_{31i} M_{1i} - c'_{32i} H_{1i}) / \left(\frac{T_i}{r_i}\right)^3 \quad (4.5.11)$$

に対して (4.4.7) 式より

$$({}_aF)_{ii} = \frac{a\int_{i,i}'}{E_c} \quad (4.5.12)$$

同様に (4.4.21) 式より

$$({}_cF)_{ij} = \frac{c\int_{i,j}}{E_c} \quad (4.5.13)$$

を得る。(4.5.7) 式に (4.5.8), (4.5.12), (4.5.13) 式を代入することによつて ${}_aK$, ${}_cK$, P の各要素に $a\int_{i,i}'$, $c\int_{i,j}'$, P_i'' なる無次元量を用いるとき、たわみの無次元量 $\frac{E_c \delta}{w H_o^3}$ が求められることが了解されるであろう。

同様に (4.5.10) 式の P_i を (4.3.1) の P として用うとき、次式に示されるクラウンの外弧側応力の無次元量

$$\frac{a\sigma_{\odot E}}{w H_o} = n P_i'' \left(1 + 0.5 \frac{T_i}{r_i}\right) (H_{1,i} + 6 \frac{r_i}{T_i} M_{1,i}) / \left(\frac{T_i}{r_i}\right) \quad (4.5.14)$$

を得る。配分荷重は等分布荷重として (4.5.10) 式より次式

$$\frac{P_i}{w H_o} = P_i'' n \quad (4.5.15)$$

なる無次元量として求めた。

なお、アーチ、片持ばりのたわみおよび応力の計算式の中に表われる $\frac{T_i}{r_i}$, $\frac{T_b}{H_i}$ などの無次元量は次に示される数個の無次元量の算術式として表わすことができる。
すなわち

$E_{cro} = \frac{E_c}{E_{ro}}$: 標準標高におけるコンクリートと岩盤の弾性係数の比

$Rtl = \frac{T_o}{T_b}$: 標準標高厚と基底厚の比

$Rtch = \frac{T_c}{H_o}$: クレスト厚とダムの高さの比

$\frac{\phi_i}{\phi_o}$: i 標高アーチの $\frac{1}{2}$ 中心角と標準標高のそれとの比

$\frac{E_{ro}}{E_{ri}}$: E_{ro} と i 標高岩盤の弾性係数の比

$L_r = \frac{L_i}{L_o}$: 標準標高谷巾に対する i 標高谷巾の比

$TR_o = \frac{T_o}{r_o}$: 標準標高アーチの厚さ半径比

$THR_o = \frac{T_b}{H_o}$: 基底厚と高さの比

(2) 電子計算と考察

高さ H_0 を 10 等分した上より第 i 番目のアーチの中心角の $\frac{1}{2}$ および半径等を ϕ_i , r_i ……とし第 5 番目のアーチ要素を標準アーチとして谷形比 L_r および中心角比 $\frac{\phi_i}{\phi_0}$ を、綾北、室牧、鳴子の各ダムに対して図 4.5.1、図 4.5.2 に図示した。谷形比は 3 ダムに対して大きい差異は認められぬが、中心角比は前者が定角アーチダムであるに対して、鳴子ダムは定半径型であるため、前 2 者と鳴子ダムでは明らかに傾向を異にしている。

以下には定角のアーチダムとして綾北ダムの定半径アーチダムとして鳴子ダムの L_r $\frac{\phi_i}{\phi_0}$ を用い、両タイプのダムに対して $TR_0 = \frac{T_0}{r_0}$, $THR_0 = \frac{T_b}{H_0}$ の値を種々に変え、配分荷重、たわみ、応力の無次元量を電子計算した。

図 4.5.1 中心角比 $\frac{\phi_i}{\phi_0}$ を示す曲線

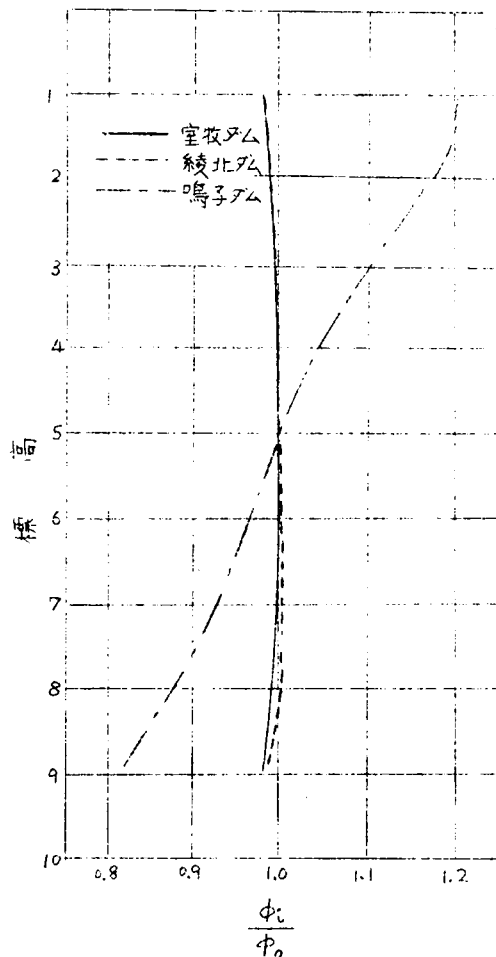
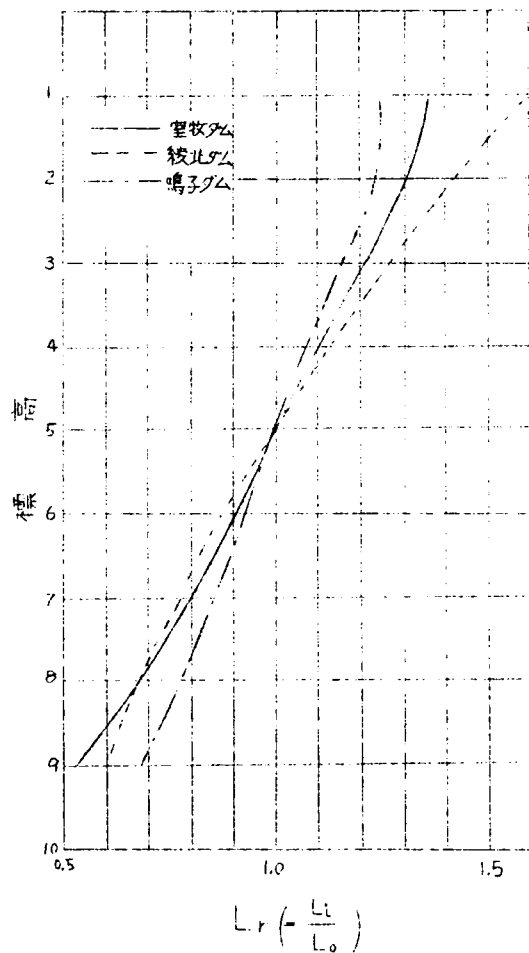


図 4.5.2 谷形比 L_r を示す曲線



なお、 $R_{tch} = 0.0590$, $E_{cro} = 5.0$, $\frac{E_c}{E_{cro}}$ は上部で 2.5、下部で 8 を採用した。
 R_{tb} は TR_0 , THR_0 , R_{tch} より計算した。

配分荷重

cP および aP はおののお $aK \cdot cK^{-1}$, $cK \cdot aK^{-1}$ の関数として表わされる。標準高における厚さ半径比 $\frac{T_o}{r_o}$ はアーチの剛度を表わすパラメーターであり、アーチのたわみは $\frac{T_o}{r_o}$ に逆比例し、また基底厚と高さの比 $\frac{T_b}{H_o}$ は片持ばりの剛度を表わすことはすでに考察のとおりである。

したがって、アーチ抵抗 aK および片持ばり抵抗 cK のマトリクスの各要素の絶対値は、おののお $\frac{T_o}{r_o}$, $\frac{T_b}{H_o}$ に比例するから、配分荷重は $\frac{T_o}{r_o}$ と $\frac{T_b}{H_o}$ の比に影響されるであろう。この比は近似的に谷巾と高さの比 $\frac{L}{H}$ に関係すると言える。

さて図 4.5 3、4 より負の片持ばり配分荷重の生ずる上部を除けばアーチの剛度を表わす $\frac{T_o}{r_o}$ が大きいほどアーチ配分荷重が大きく、片持ばり配分荷重が小さくなること、また片持ばり剛度が大きくなれば片持ばり配分荷重が大きく、アーチ配分荷重が小さくなることが考察される。

上部の負の片持ばり配分荷重の生ずる部分では必ずしも上記の関係が満足されない。

図 4.5.3 水圧荷重に対する配分荷重（定角アーチダム）

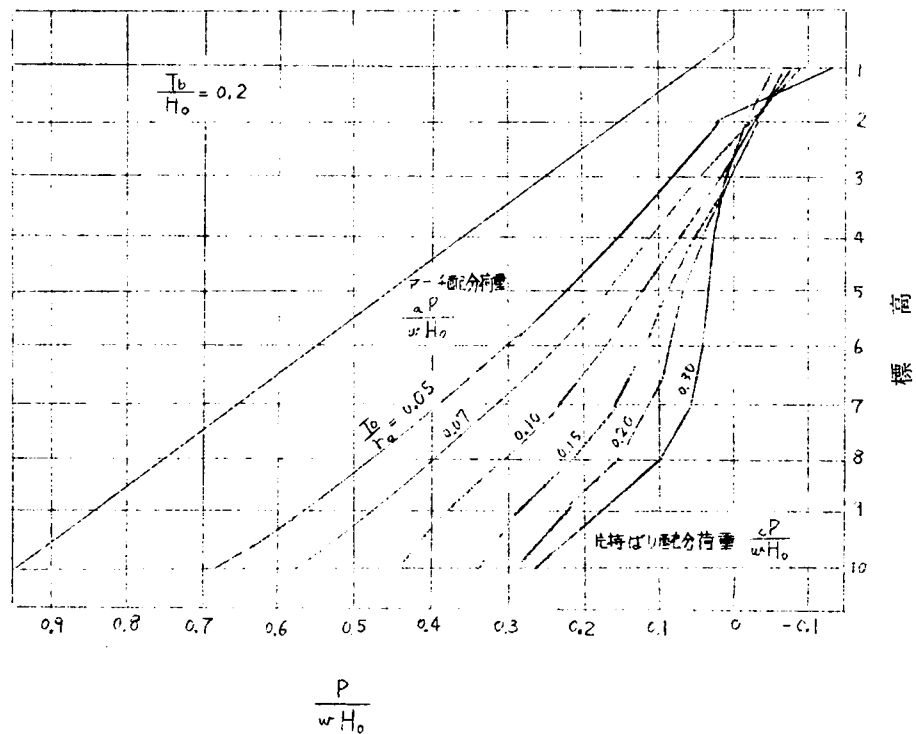


図 4.5.4 水圧荷重に対する配分荷重（定角アーチダム）

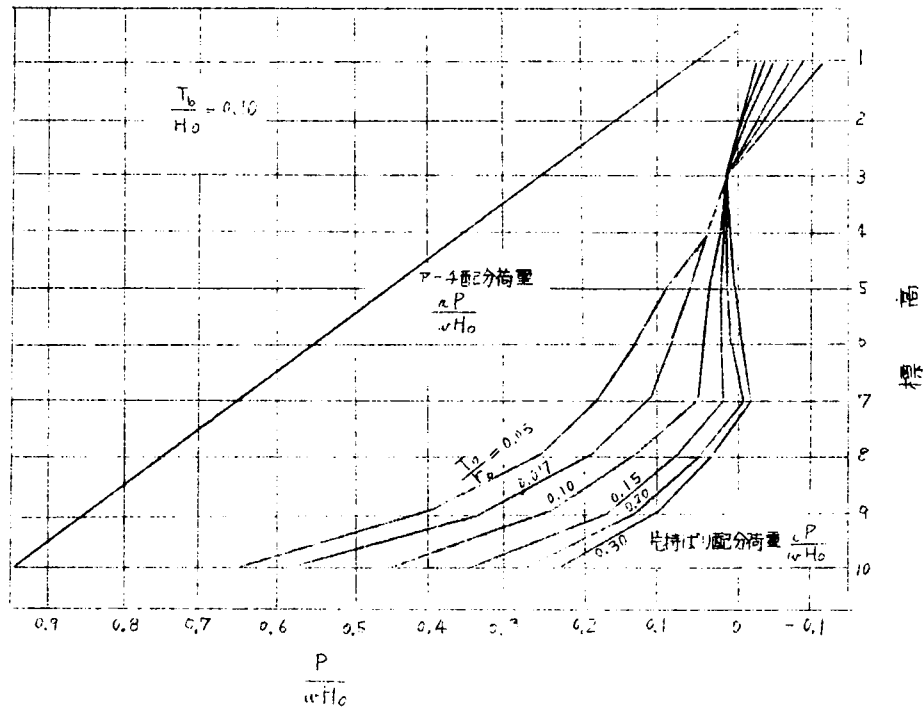
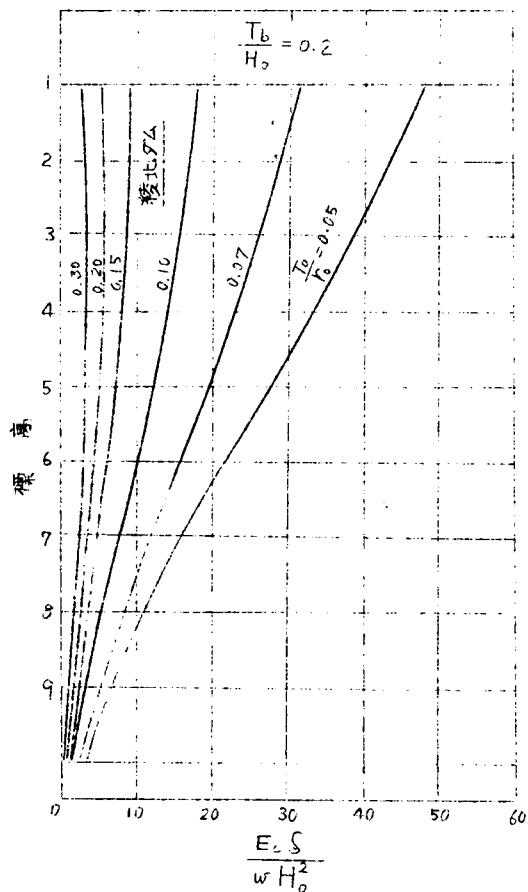


図 4.5.5 水圧荷重に対するたわみ曲線（定角アーチダム）



たわみ

図 4.5.5 に図示されるように (4.5.7) 式で与えられるアーチクラウンのたわみはアーチ剛度 $\frac{T_0}{r_0}$ が大きいほど小さくなる。しかしクラウンのクレストのたわみの挙動を示す図

4.5.6, 7 から考察されるように、必ずしも片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_0}$ が大きいほどたわみは小さくなるとは断定できない。 $\frac{T_0}{r_0}$ が大きい場合にはむしろ片持ばり剛度がアーチ剛度に比して大きいほどたわみは大きくなる。たとえば水位がトップアーチクラウンに達したときのトップアーチクラウンにおける水圧荷重は零であるから、もし片持ばり剛度が零の場合には片持ばりによる下部荷重の上方への伝達がなく、トップアーチクラウンのたわみが零で、片持ばり剛度が大きくなるほどたわみが増大する。

図 4.5.6 水圧荷重によるトップアーチクラウンのたわみ
(定角アーチダム)

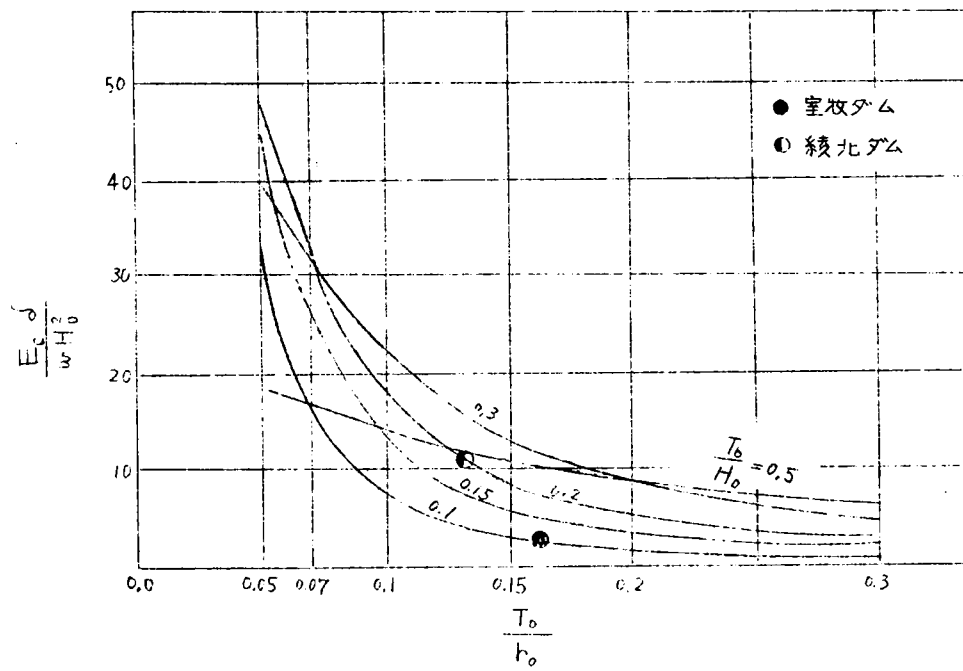
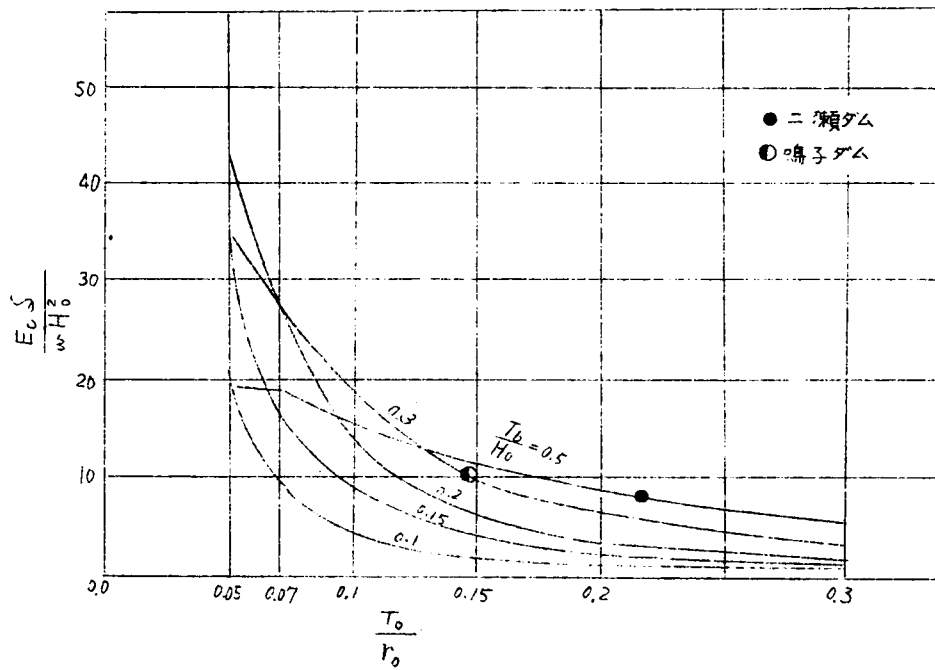


図 4.5.7 水圧荷重によるトップアーチクラウンのたわみ
(定半径アーチダム)



aK , cK が一定の場合はたわみは高さの 2 乗に比例して大きくなるであろう。

アーチクラウンの外弧側 アバットメントの内弧側の応力

負の片持ばり配分荷重の生ずる上部アーチの応力は複雑な挙動を示すため、最初にアーチクラウンの外弧側の下部アーチの応力の挙動を図 4.5.8, 9 によつて考察してみよう。

図 4.5.8 水圧荷重を受けるアーチクラウン外弧面応力 (定角アーチダム)

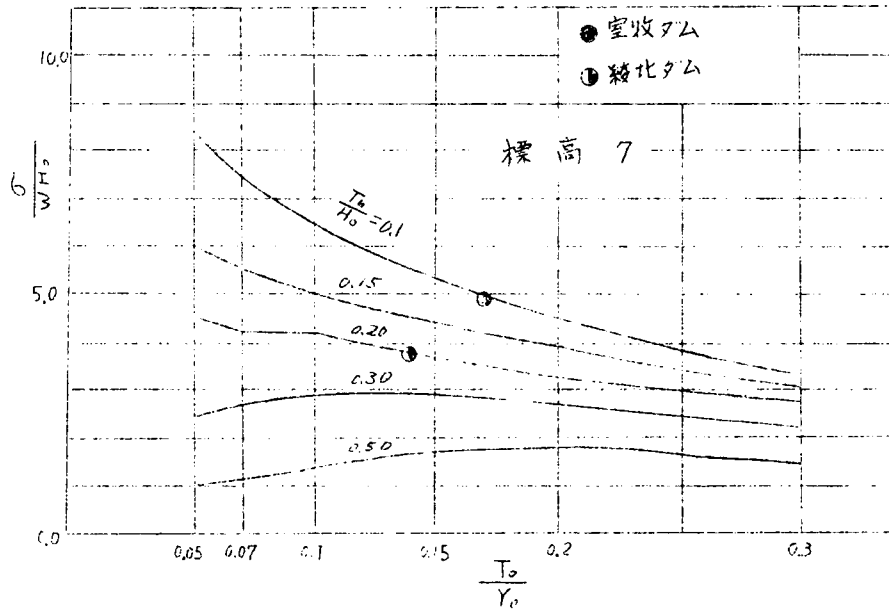
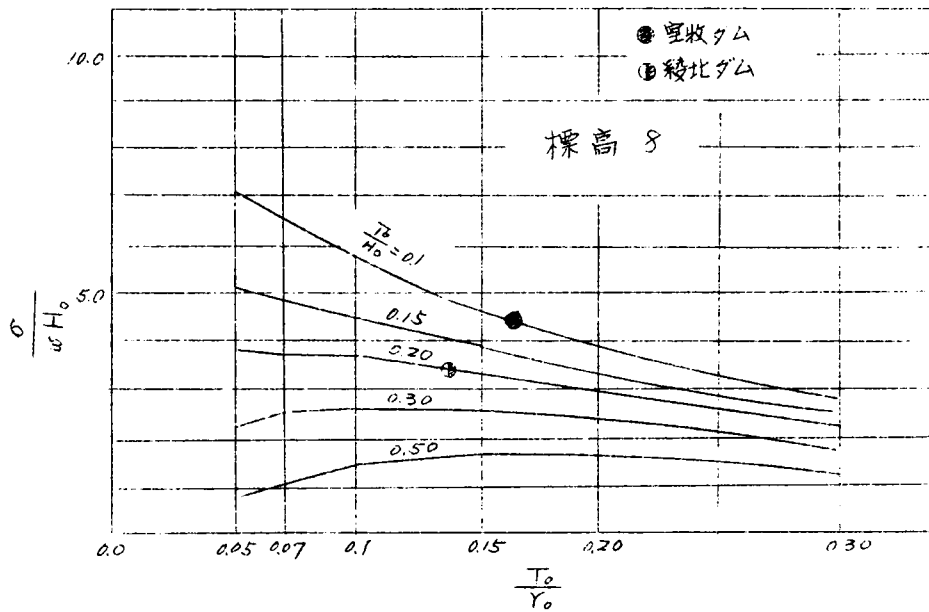


図 4.5.9 水圧荷重を受けるアーチクラウンの外弧面応力 (定角アーチダム)



アーチ応力は一定荷重に対して $\frac{T_o}{Y_o}$ に逆比例するがアーチ配分荷重は、アーチ剛度 $\frac{T_o}{Y_o}$ に比例して大きくなることは、すでに考察したとおりである。

したがって (4.5.6) 式において片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_o}$ が $\frac{T_o}{r_o}$ に比して小さい薄肉の場合は $aP \doteq P$ で一定となるから、アーチ応力は $\frac{T_o}{r_o}$ に逆比例するが、 $\frac{T_b}{H_o}$ が $\frac{T_o}{r_o}$ に比して大きい場合のアーチ応力は、むしろ配分荷重に支配され、アーチ剛度 $\frac{T_o}{r_o}$ に比例して大きくなる。

図 4.5.10 水圧荷重を受けるアーチクラウンの外弧面応力
(定角アーチダム)

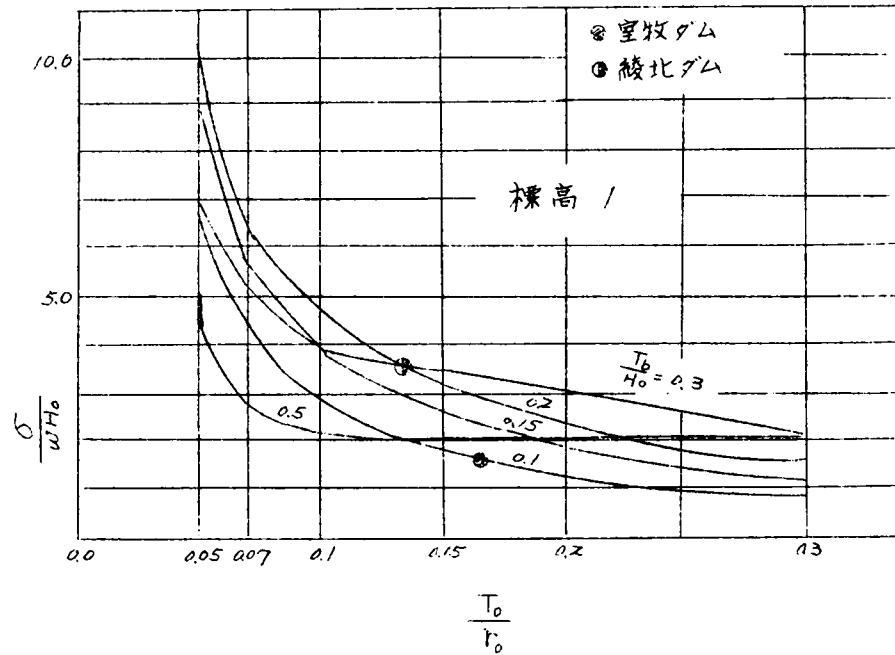


図 4.5.11 水圧荷重を受けるアーチクラウンの外弧面応力
(定角アーチダム)

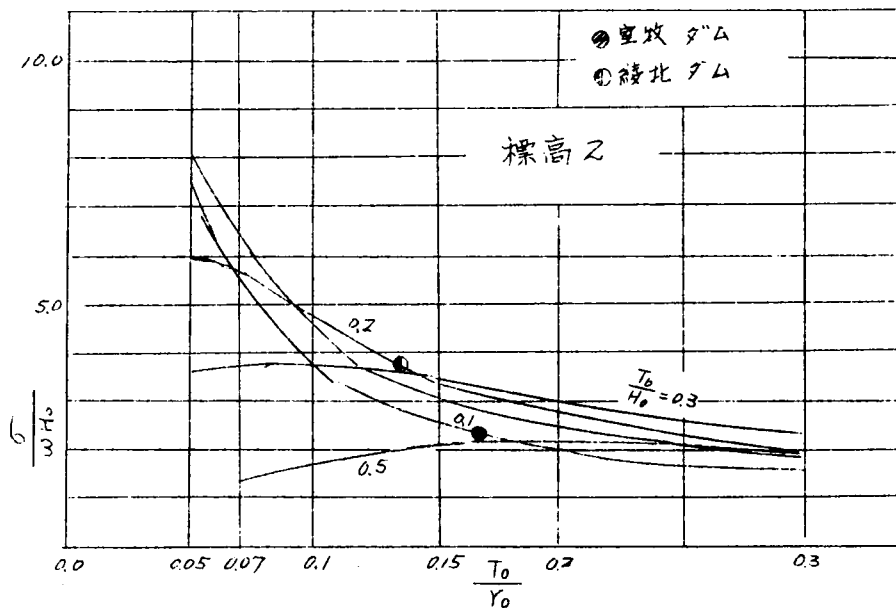
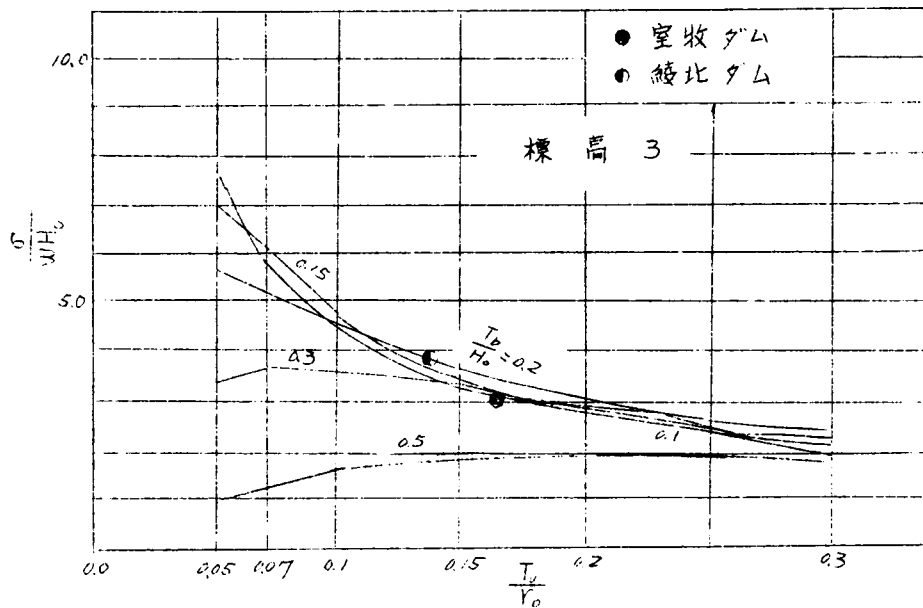


図 4.5.12 水圧荷重を受けるアーチクラウンの外弧面応力
(定角アーチダム)



また片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_0}$ が大きいほどアーチ配分荷重は小さくなり、アーチ応力は小さくなる。

負の片持ばり配分荷重の生ずる上部アーチでも図 4.5.10, 11, 12 において観察されるように、アーチ剛度 $\frac{T_0}{r_0}$ が大きいほど、 $\frac{T_b}{H_0}$ の大小関係に応じて応力は大きくまたは小さくなることについては下部アーチと変わらない。

しかし $\frac{T_0}{r_0}$ の大きい上部アーチでは、片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_0}$ が大きいほど、応力は大きくなることはたわみの場合と同様である。

片持ばりの応力

水圧荷重によつて、片持ばりの上、下流面には、互に反方向の絶対値は近似的に等しい応力が生ず。図 4.5.13, 14, 15 は片持ばりの下流面の応力の挙動を示すが、片持ばりの配分荷重は上部で負となるため、 $\frac{T_b}{H_0}$ のとくに小さい場合、アーチ上部では下部と反符号のかなりの大いさの応力が生ず。しかし $\frac{T_b}{H_0}$ の大きい場合は、上部片持ばり応力は下部と同符号に近づき、その大いさはきわめて小さくなる。

また、アーチ剛度 $\frac{T_0}{r_0}$ が大きくなるほど、片持ばり配分荷重は小さくなり、片持ばり応力も小さくなるが、片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_0}$ が大きくなるほど、片持ばり配分荷重は大きくなるが、厚さが大きくなるため断面係数が大きくなるためか、片持ばり応力の絶対値は小さくなる傾向がある。

アーチおよび片持ばり剛度 $\frac{T_0}{r_0}$, $\frac{T_b}{H_0}$ 等の無次元量を一定とすれば、応力の無次元量 $\frac{\sigma}{\omega H_0}$ も同値をとることを知つた。

図 4.5.13 水圧荷重を受けるクラウン片持
ばりの下流面応力（定角アーチ
ダム）

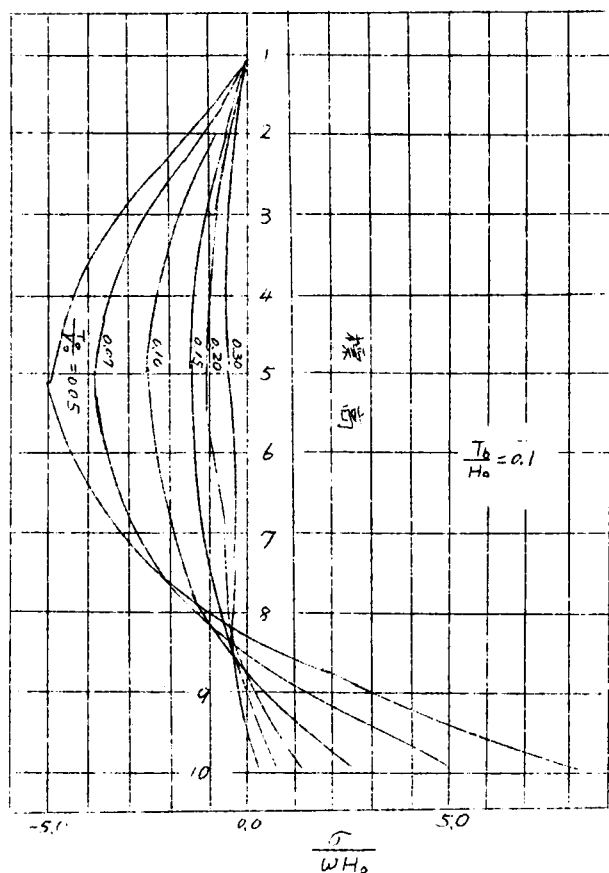
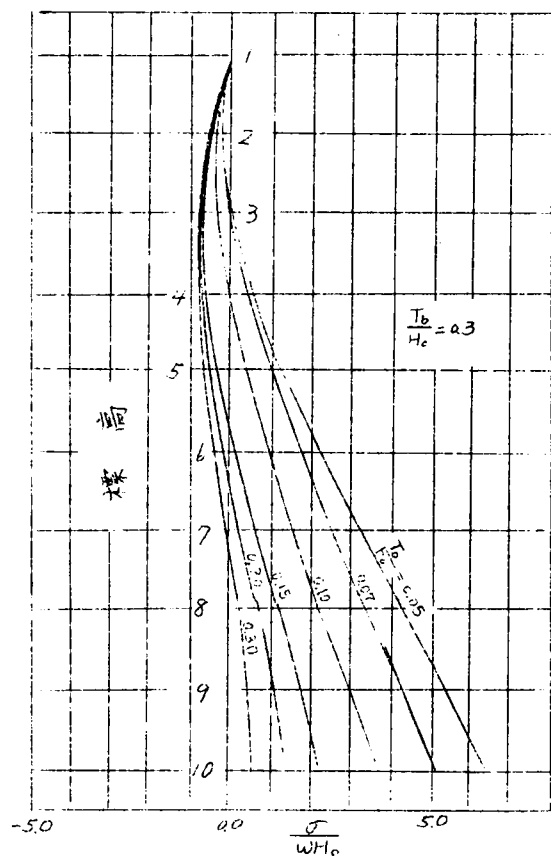
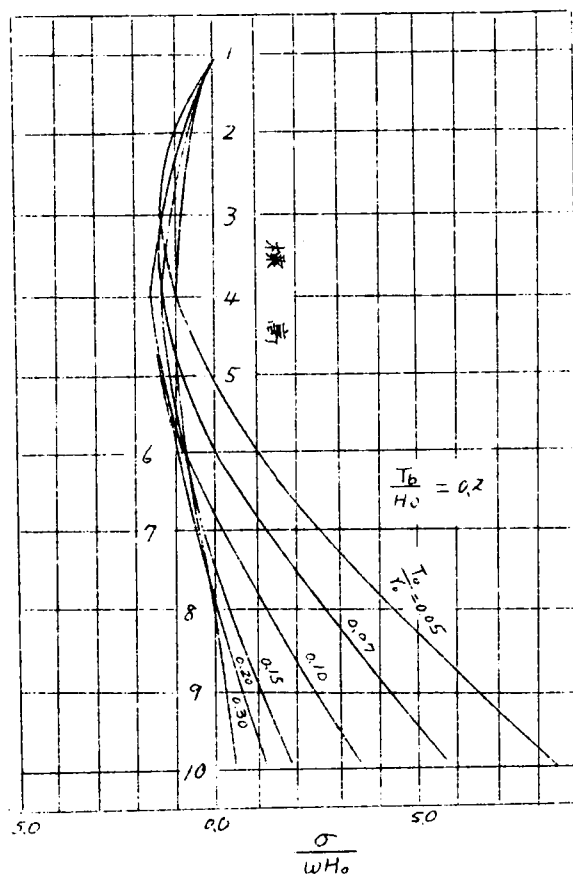


図 4.5.14 水圧荷重を受けるクラウン片持
ばりの下流面応力（定角アーチ
ダム）



したがって、かかる形状、材料因子がま
たく相似の条件の下で高さ H_0 が n 倍とな
れば応力も n 倍となるであろう。

なお、以上の計算には、自重および鉛直方
向水圧荷重の影響を加味していない。

図 4.5.15
水圧荷重を受けるクラウン片持ばりの
下流面応力（定角アーチダム）

5.3 堤体平均温度変化量に対して

(1) 理 論

堤体平均温度変化を生じたアーチダムのクラウンの片持ばり要素の下流方向たわみを $c_{\Delta t} \delta$ 、配分荷重を $c_{\Delta t} P$ 、flexibility マトリクスを cF とすれば

$$c_{\Delta t} \delta = cF, c_{\Delta t} P \quad (4.5.16)$$

であり、アーチ要素のクラウンのたわみ $a_{\Delta t} \delta$ は c_t をコンクリートの膨脹係数、 $a_{\Delta t} f$ をアーチ要素の堤体平均温度変化量 Δt に対する flexibility マトリクス $a_{\Delta t} P$ をアーチ配分荷重とするとき

$$a_{\Delta t} \delta = aF, a_{\Delta t} P - a_{\Delta t} f \quad (4.5.17)$$

ただし

$$a_{\Delta t} f = \begin{bmatrix} a_{\Delta t} \delta_1 \\ a_{\Delta t} \delta_2 \\ \vdots \\ a_{\Delta t} \delta_n \end{bmatrix} \quad \Delta t = \begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \vdots \\ \Delta t_n \end{bmatrix}$$

しかるに

$$c_{\Delta t} \delta = a_{\Delta t} \delta \equiv a_{\Delta t} \delta \quad (4.5.18)$$

であるから

$$\begin{aligned} (cF + aF), c_{\Delta t} P &= -a_{\Delta t} f \\ \therefore c_{\Delta t} P &= a_{\Delta t}^{-1} P \\ &= -(cF + aF)^{-1} a_{\Delta t} f \end{aligned} \quad (4.5.19)$$

$$\begin{aligned} a_{\Delta t} \delta &= -cF (cF + aF)^{-1} a_{\Delta t} f \\ &= -(aK^{-1}, cK + I)^{-1} a_{\Delta t} f \end{aligned} \quad (4.5.20)$$

である。

$a_{\Delta t} f$ の各要素 $a_{\Delta t} \delta_i$ を (4.4.8) 式によつて無次元表示すれば

$$\frac{a_{\Delta t} \delta_i}{c_t \Delta t L_i} = \text{vers } \phi_{A,i} + \sin \phi_{A,i} (C'_{31,i} M_{2,i} + C'_{32,i} H_{2,i}) \quad (4.5.21)$$

厚さと温度との関係 (3.3.30) 式を上式に代入すれば

$$\frac{a_{\Delta t} \delta_i}{100 c_t} = \{ \text{vers } \phi_{A,i} + \sin \phi_{A,i} (C'_{31,i} M_{2,i} + C'_{32,i} H_{2,i}) \} / \left(\frac{T_i}{T_c} \right) \quad (4.5.22)$$

$a_{\Delta t} f$ の各要素として (4.5.22) 式で示される無次元量を用いれば (4.5.20) 式におけるたわみ $a_{\Delta t} \delta$ の i 要素として $a_{\Delta t} \delta_i / 100 c_t$ が計算される。また (4.5.19) 式における $a_{\Delta t} f$ の各要素として同じく $a_{\Delta t} \delta_i / 100 c_t$ を、 cF 、 aF の各要素として (4.5.12)、(4.5.13) 式における $a \delta'_{i,i}$ 、 $c \delta'_{i,j}$ を用いるとき、配分荷重

$c_{\Delta t} P$ の i 要素は $c_{\Delta t} P'' = c_{\Delta t} P' / 100 c_t E_c$ なる無次元量として求められるであろう。

したがって等分布配分荷重の無次元量として $r_{dt} P / 100 c_t E_c / H_0$ を得ることが出来る。ただし係数100はメートルの次元をもつ。

またアーチダムのアーチ要素における応力 $a_{sto} \sigma$ は片持ばり抵抗を受けないアーチ応力 $a_{st} \sigma$ と片持ばり抵抗による応力 $a_{str} \sigma$ の和であり

$$a_{sto} \sigma = a_{st} \sigma + a_{str} \sigma \quad (4.5.23)$$

$a_{st} \sigma$ の各要素を (4.3.14, 16) 式によつて無次元表示すれば

$$\frac{a_{st} \sigma_{li} \frac{E}{I}}{100 \frac{c_t E_c}{H_0}} = \frac{1}{12} \sin \phi_{li} \left(\frac{T_i}{r_i} \right) \left(\frac{H_0}{r_i} \right) (H_{2i} \pm 6 \frac{r_i}{T_i} M_{2i}) \quad (4.5.24)$$

$$\frac{a_{st} \sigma_{ri} \frac{E}{I}}{100 \frac{c_t E_c}{H_0}} = \frac{1}{12} \sin \phi_{ri} \left(\frac{T_i}{r_i} \right) \left(\frac{H_0}{r_i} \right) (H_{2i} \pm 6 \frac{r_i}{T_i} M_{2i}) \quad (4.5.25)$$

また (4.3.1, 3) 式によつて $a_{str} \sigma$ の無次元量は、既述の無次元配分荷重 $a_{dt} P$ を用いるとき

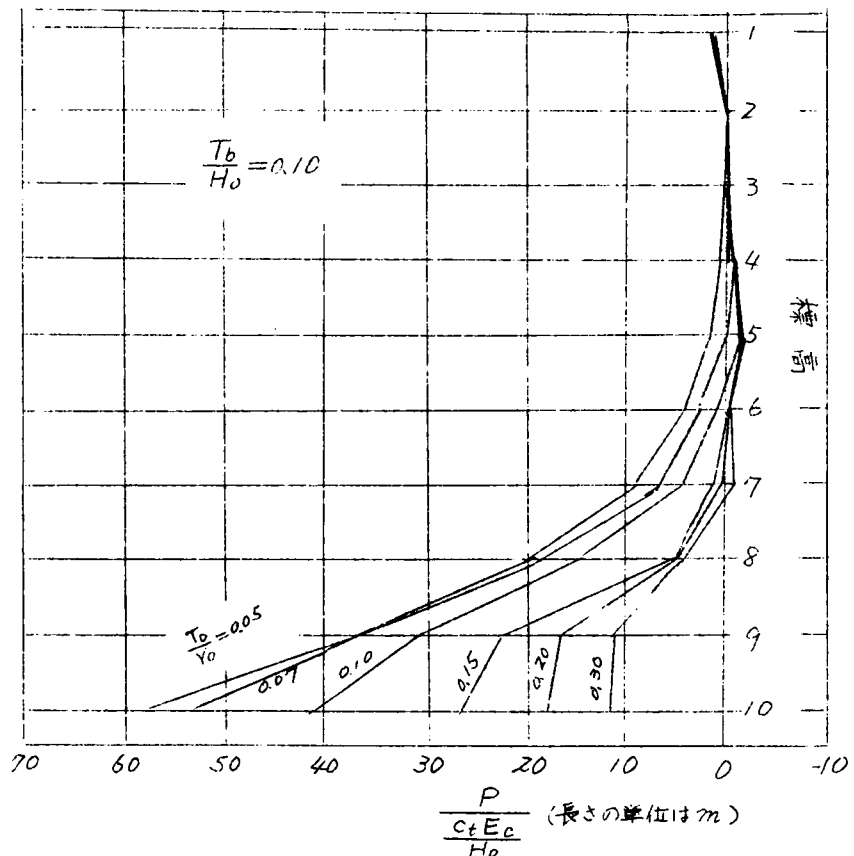
$$\frac{a_{str} \sigma_{li} \frac{E}{I}}{100 \frac{c_t E_c}{H_0}} = \eta a_{dt} P_i \frac{r_i}{T_i} \left(1 + 0.5 \frac{T_i}{r_i} \right) (H_{li} \pm 6 \frac{r_i}{T_i} M_{li}) \quad (4.5.26)$$

$$\frac{a_{str} \sigma_{ri} \frac{E}{I}}{100 \frac{c_t E_c}{H_0}} = \eta a_{dt} P_i \frac{r_i}{T_i} \left(1 + 0.5 \frac{T_i}{r_i} \right) (H_{ri} \pm 6 \frac{r_i}{T_i} M_{ri}) \quad (4.5.27)$$

(2) 電子計算と考察

配分荷重

図 4.5.16 堤体平均温度上昇を受ける配分荷重
(定角アーチダム)



注
下流方向アーチ
配分荷重を正と
する。

図 4.5.17 堤体平均温度上昇を受ける場合
の配分荷重（定角アーチダム）
注 下流方向アーチ配分荷重を正とする。

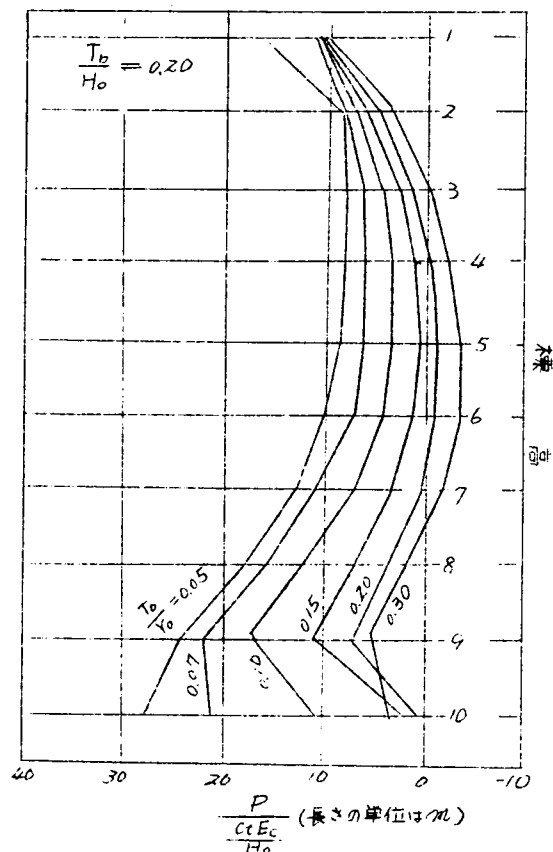


図 4.5.18 堤体平均温度上昇を受けるアーチ
クラウンのたわみ曲線
（定角アーチダム）

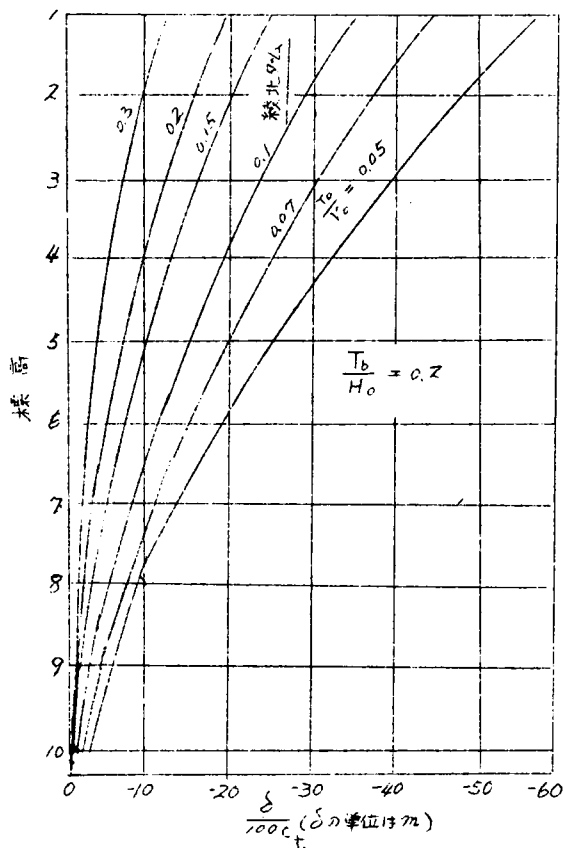


図 4.5.16, 17 より一般にアーチ剛度 $\frac{T_c}{r_c}$ が大きいほど配分荷重は小さくなる。

片持り剛度 $\frac{T_b}{H_0}$ が小さいダムでは、上部配分荷重はきわめて小さいが、 $\frac{T_b}{H_0}$ が大きくなるにしたがつて、上部配分荷重は大きくなり下部配分荷重は小さくなる。

アーチに作用する配分荷重は一般に下流方向に作用するが、 $\frac{T_0}{r_0}$ が大きい場合には中間標高において上流方向の配分荷重が生ず。

た わ み

図 4.5.18 に見られるようにアーチクラウンの標高に対するたわみの変化率は、上部において急変する上に凸なるたわみ曲線であることは、水圧荷重の場合と異なる。

トップアーチクラウンにおける厚さ半径比 $\frac{T_c}{r_c}$ を一定とするなら、トップアーチクラウンのたわみは $\frac{T_b}{H_0}$ が大きいほど小さくなる筈であるが、図 4.5.19 において $\frac{T_0}{r_0}$ を一定として $\frac{T_b}{H_0}$ を増せば $\frac{T_0}{r_0}$ が 0.1 以上において、たわみが大きくなる傾向がある。このことは $\frac{T_c}{H_0}$ を一定とするため $\frac{T_c}{r_c}$ を定値として $\frac{T_b}{H_0}$ を大きくするにつれて $\frac{T_c}{r_c}$ が小さくなるという幾可学的条件に帰因する。

図 4.5.19 堤体平均温度上昇によるトップアーチクラウンのたわみ
(定角アーチダム)

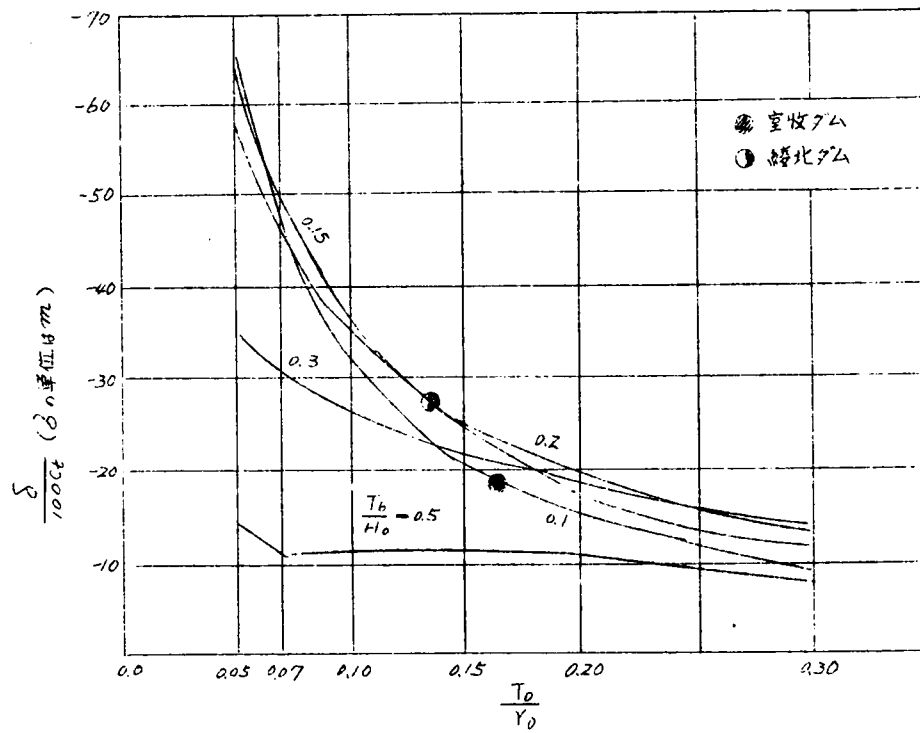
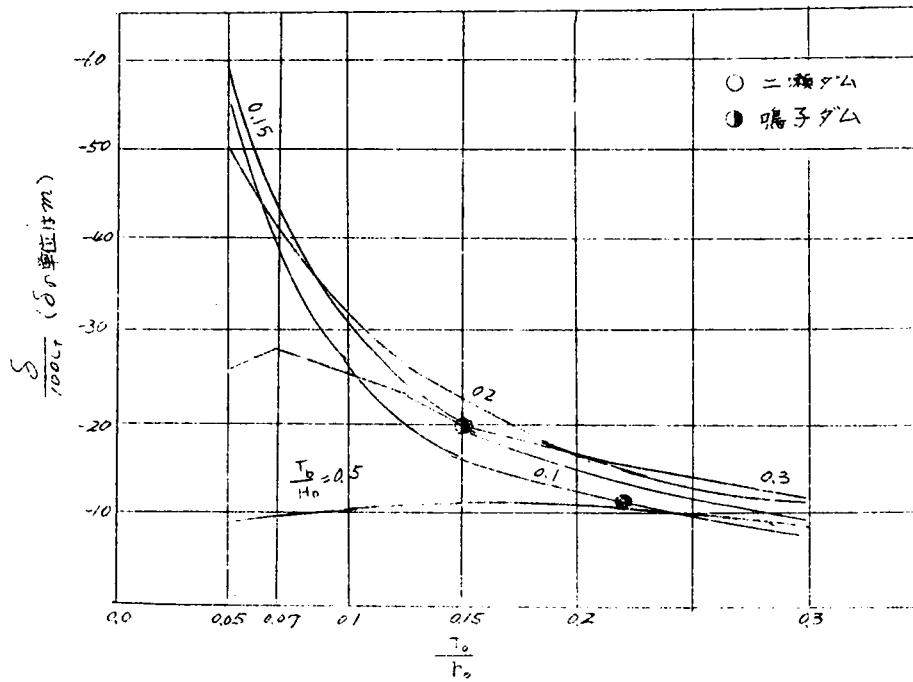


図 4.5.20 堤体平均温度上昇によるトンプアーチクラウンのたわみ
(定半径アーチダム)



片持ばり応力

堤体平均温度上昇により、クラウン下流側には引張応力が生じ、上、下流面応力は互に反方向で絶対値は近似的に等しい。

図 4.5.21

堤体平均温度上昇によるクラウンの下流側応力(定角アーチダム)

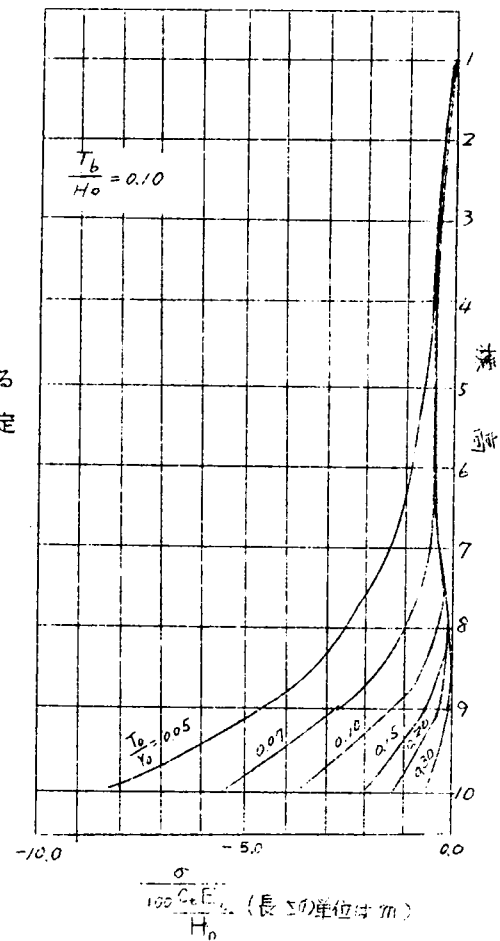


図 4.5.22 堤体平均温度上昇によるクラウン
の下流側応力(定角アーチダム)

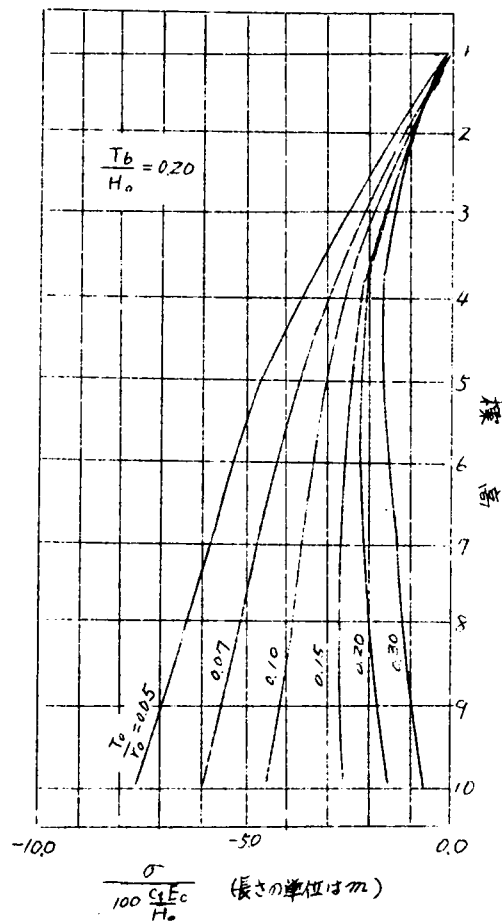
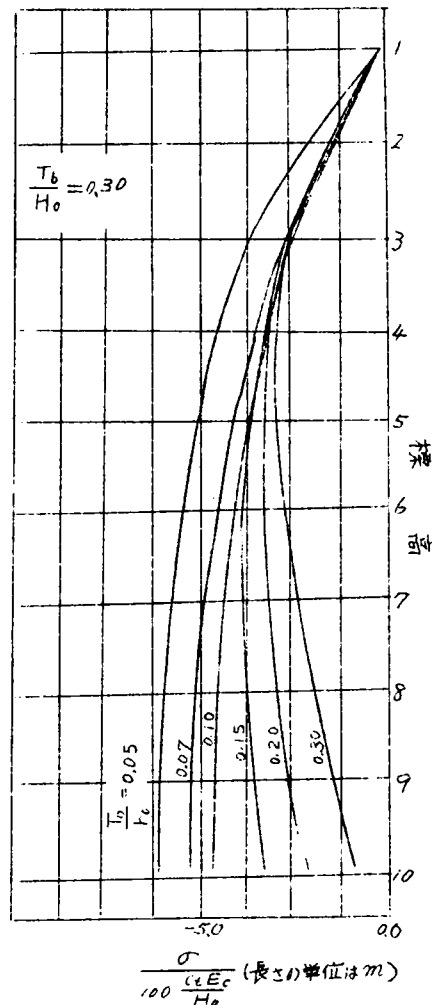


図 4.5.23 堤体平均温度上昇によるクラウン
の下流側応力(定角アーチダム)



片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_0}$ が小さい場合は、上部では片持ばり配分荷重は小さく、片持ばり応力もしたがって小さいが、下部では配分荷重が大きくなり片持ばり応力も大きくなる。

片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_0}$ が大きくなると、上部では片持ばり配分荷重が大きくなり、したがって応力も大きくなるが、下部では配分荷重が小さくなり片持ばり応力も小さくなる。

また $\frac{T_v}{T_0}$ が大きくなるほど、片持ばり配分荷重は小さくなるから、応力も小さくなる。

アーチクラウンの外弧側応力、内弧側応力

外弧側応力

堤体平均温度上昇によるアーチ応力は、単独アーチに堤体平均温度上昇が生ずる場合の応力と、片持ばり抵抗による応力の和である。

図 4.5.2 4 堤体平均温度上昇によるアーチクラウン外弧側応力 (定角アーチダム)

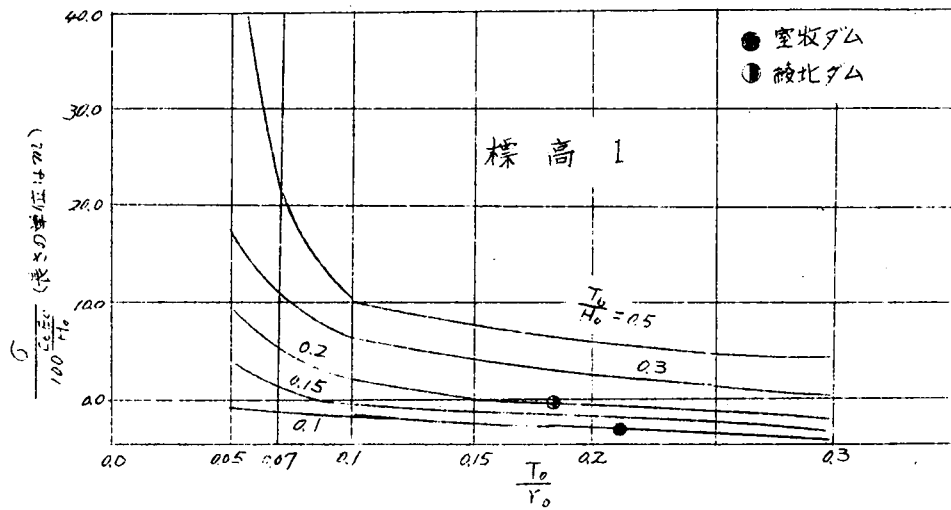


図 4.5.2 5 堤体平均温度上昇によるアーチクラウン外弧側応力 (定角アーチダム)

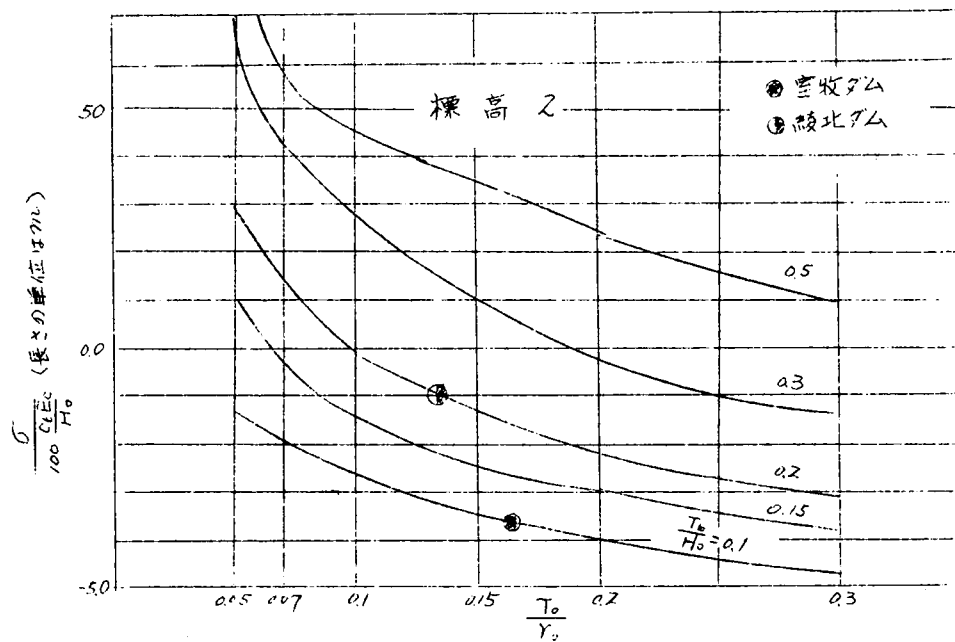
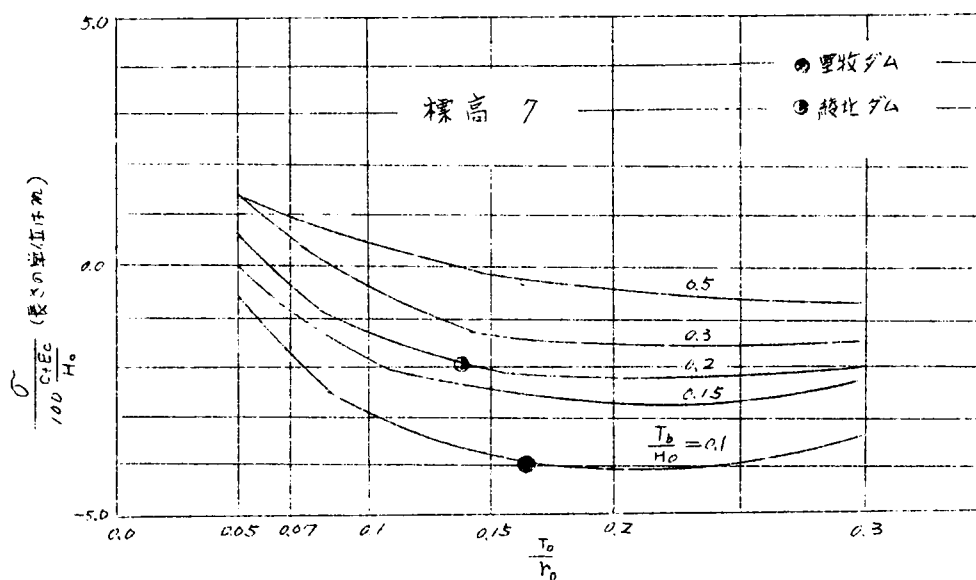


図 4.5.2 6 堤体平均温度上昇によるアーチクラウンの外弧側応力 (定角アーチダム)



単独アーチに堤体平均温度上昇が生ずる場合のアーチ外弧側応力は一般に負となるが、片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_0}$ の大きい場合には、アーチの変形に対する抵抗が大きく、したがって、外弧側応力が正となることがありうる。

一般に片持ばり剛度が大きいほど圧縮を正とする外弧側応力は大きくなる。
また上部アーチおよび $\frac{T_0}{r_0}$ の小さい場合の下部アーチの外弧側応力は $\frac{T_0}{r_0}$ に逆比例するが、 $\frac{T_0}{r_0}$ の大きい場合の下部アーチの外弧側応力は $\frac{T_0}{r_0}$ に比例して大きくなる傾向がある。

内弧側応力

この場合の応力は圧縮であり、下部アーチおよび $\frac{T_0}{r_0}$ の大きい場合の上部アーチでは、片持ばり剛度に逆比例するが、 $\frac{T_0}{r_0}$ の小さい場合の上部アーチでは、この傾向が逆転する。

図 4.5.27 堤体平均温度上昇によるアーチ内弧側応力（定角アーチダム）

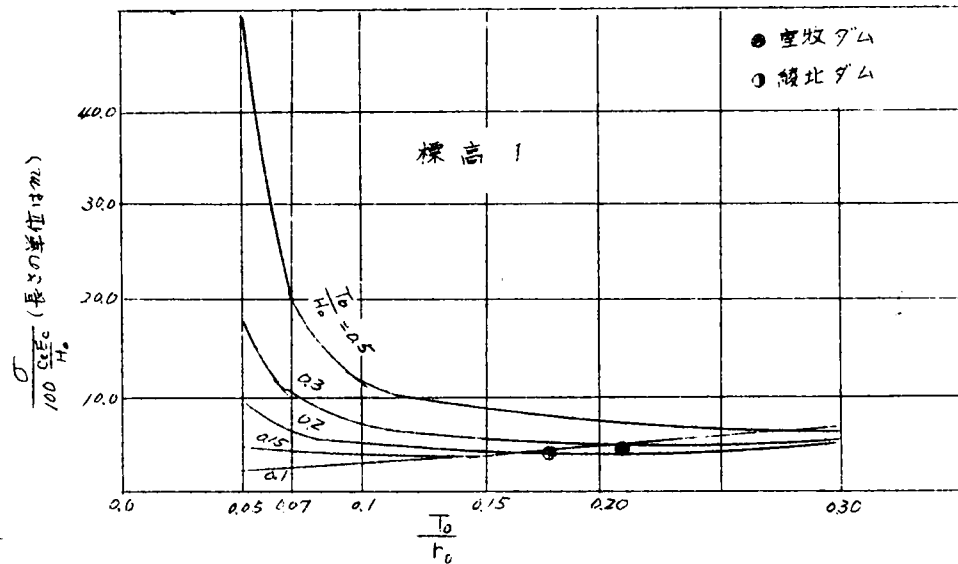
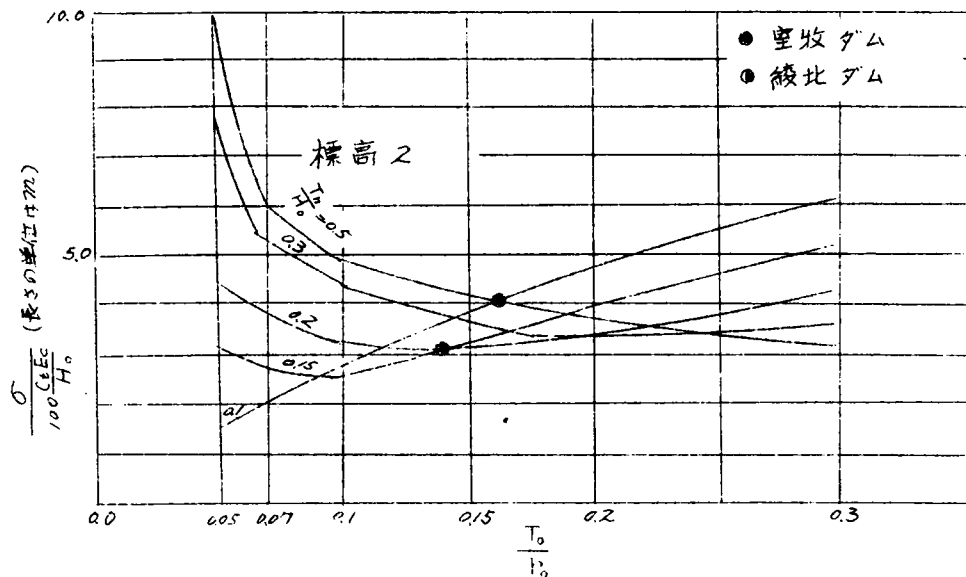
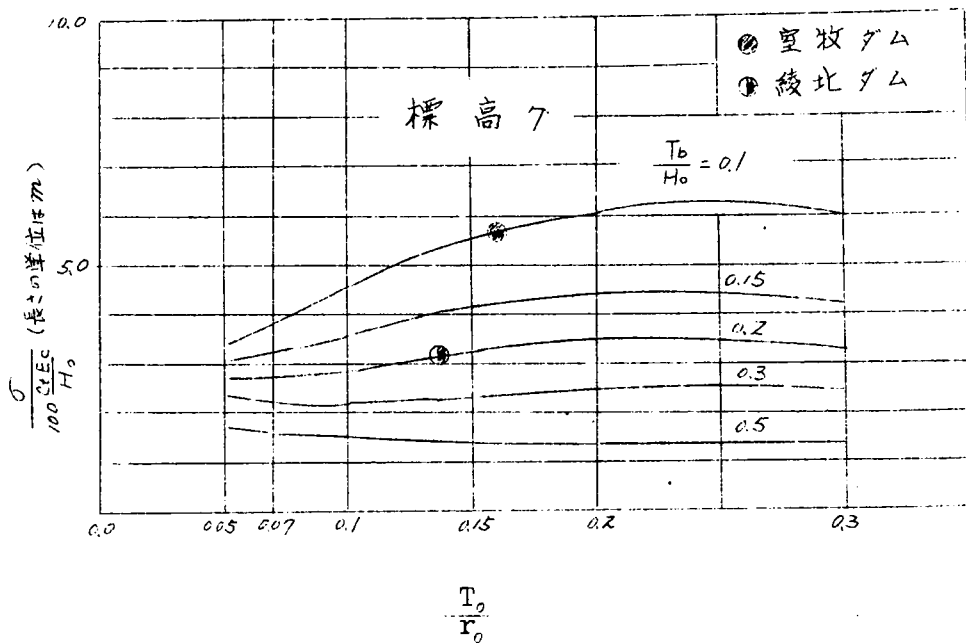


図 4.5.28 堤体平均温度上昇によるアーチ内弧側応力（定角アーチダム）



また、片持ばり剛度の大きい場合には $\frac{T_o}{r_o}$ に逆比例し、片持ばり剛度の小さい場合には $\frac{T_o}{r_o}$ に比例して、内弧側応力は大きくなる傾向が観察される。
 堤体平均温度に対する応力はスケール H_o が大きいほど小さくなるであろう。

図 4.5.29 堤体平均温度上昇によるアーチ内弧側応力（定角アーチダム）



5.4 温度こう配に対して

(1) 理論

温度こう配を堤体に生じたアーチのたわみ量は $\frac{T_o}{r_o}$ の小さい場合はきわめて小さいが片持ばりのたわみは無視することはできない。⁴²⁰⁾
 基底よりの高さが Z_j の微小部分 ΔZ に温度こう配 α_j を生じた片持ばりの高さ Z_i におけるたわみは下流方向を正にとるとき

$$\begin{aligned}\alpha\delta'_{ij} &= -c_t \alpha_j \Delta Z (Z_i - Z_j) \\ &= c_t \alpha_j \Delta Z \alpha\delta_{ij}\end{aligned}\quad (4.5.28)$$

ただし

$$Z_i > Z_j$$

であり、温度こう配についての次の flexibility マトリクス

$${}_{c,\alpha}F = \begin{pmatrix} 0 & c\alpha\delta_{12} & c\alpha\delta_{13} & \cdots & c\alpha\delta_{1n} \\ & 0 & c\alpha\delta_{23} & \cdots & c\alpha\delta_{2n} \\ & & 0 & & \vdots \\ 0 & & & \ddots & c\alpha\delta_{n-1,n} \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

を定義すれば、温度こう配を生じたアーチダムの クラウン片持ばりの
たわみは

$${}_{c,\alpha}\mathcal{J} = {}_cF {}_{c,\alpha}P + {}_{c,\alpha}F \cdot \alpha \cdot c_t \cdot \Delta Z \quad (4.5.29)$$

アーチクラウンのたわみは

$${}_{a,\alpha}\mathcal{J} = {}_aF \cdot {}_{a,\alpha}P \quad (4.5.30)$$

ただし、 ${}_{c,\alpha}P$ 、 ${}_{a,\alpha}P$ はこの場合の片持ばり、アーチの各配分荷重であり両配分荷重に
よるたわみを等しく ${}_{\alpha}\mathcal{J}$ とおくことにより

$$\begin{aligned}({}_cF + {}_aF) {}_{a,\alpha}P &= c_t \cdot \Delta Z \cdot {}_{c,\alpha}F \cdot \alpha \\ \therefore {}_{c,\alpha}P &= -c_t \cdot \Delta Z ({}_cF + {}_aF)^{-1} {}_{c,\alpha}F \cdot \alpha \\ &= -{}_{a,\alpha}P \\ \therefore {}_{\alpha}\mathcal{J} &= {}_aF \cdot c_t \cdot \Delta Z \cdot ({}_cF + {}_aF)^{-1} {}_{c,\alpha}F \cdot \alpha \\ &= c_t \cdot \Delta Z ({}_cF {}_aF^{-1} + I)^{-1} {}_{c,\alpha}F \cdot \alpha \\ &= c_t \Delta Z ({}_cK^{-1} {}_aK + I)^{-1} {}_{c,\alpha}F \cdot \alpha\end{aligned}\quad (4.5.32)$$

${}_{c,\alpha}F$ の要素 $c\alpha\delta_{i,j}$ として次の無次元量

$$-\left(\frac{Z_i}{H_0} - \frac{Z_j}{H_0}\right) = -(\eta_i - \eta_j)$$

を用い、温度こう配と厚さの関係式より得られる次式

$$\alpha = \frac{16}{H_0} \begin{pmatrix} \frac{H_0}{T_1} \\ \frac{H_0}{T_2} \\ \vdots \\ \frac{H_0}{T_n} \end{pmatrix} \equiv \frac{16}{H_0} \alpha_1 \quad (4.5.33)$$

および

$$\Delta Z = \frac{H_0}{n} \quad (4.5.34)$$

の関係を (4.5.32) 式に代入し、たわみを無次元表示すれば

$$\frac{\alpha \delta_i}{16 c_t H_0} = \frac{1}{n} \{ (I + {}_c K^{-1} {}_a K)^{-1} {}_c \alpha F \cdot Q_i \}_i \quad (4.5.35)$$

また ${}_c F$, ${}_a F$ の各要素として (4.5.12), (4.5.13) 式における $\alpha \delta'_{ii}$, ${}_c \delta'_{ij}$ を用いるとき 配分荷重の無次元量

$$\frac{{}_a \alpha P_i}{16 c_t E_c H_0} = \frac{1}{n} \{ ({}_a F + {}_c F)^{-1} {}_c \alpha F \cdot Q_i \}_i \equiv \frac{1}{n} {}_a \alpha P_i \quad (4.5.36)$$

したがって等分布配分荷重の無次元量

$$\frac{{}_a \alpha P_i}{16 c_t E_c} = {}_a \alpha P_i \quad (4.5.37)$$

を得る。

無次元応力もまた、堤体平均温度の場合と同様 (4.3.1), (4.3.3) 式および (4.3.29), (4.3.31) 式によつて次のように求めることができる。

$$\frac{{}_a \alpha \sigma_{\theta i} \xi}{16 c_t E_c} = \frac{1}{12} \left(\frac{T_i}{r_i} \right) (H_{2i} \pm 6 \frac{r_i}{T_i} M_{3i}) \quad (4.5.38)$$

$$\frac{{}_a \alpha \sigma_{A i} \xi}{16 c_t E_c} = \frac{1}{12} \left(\frac{T_i}{r_i} \right) (H_{A3i} \pm 6 \frac{r_i}{T_i} M_{A3i}) \quad (4.5.39)$$

$$\frac{{}_a \alpha \tau_{\theta i} \xi}{16 c_t E_c} = {}_a \alpha P_i \frac{r_i}{T_i} \left(1 + 0.5 \frac{T_i}{r_i} \right) (H_{1i} \pm 6 \frac{r_i}{T_i} M_{1i}) \quad (4.5.40)$$

$$\frac{{}_a \alpha \tau_{A i} \xi}{16 c_t E_c} = {}_a \alpha P_i \frac{r_i}{T_i} \left(1 + 0.5 \frac{T_i}{r_i} \right) (H_{A1i} \pm 6 \frac{r_i}{T_i} M_{A1i}) \quad (4.5.41)$$

(2) 電子計算と考察

配分荷重 図 4.5.30, 31 によつて正の温度こう配に対する片持ばり配分荷重は上部では下流方向に作用し、下部ではその方向が逆転することが考察される。

図 4.5.30

温度こう配に対する配分荷重 (定角アーチダム)

注)

下流方向アーチ配分荷重を正とする。

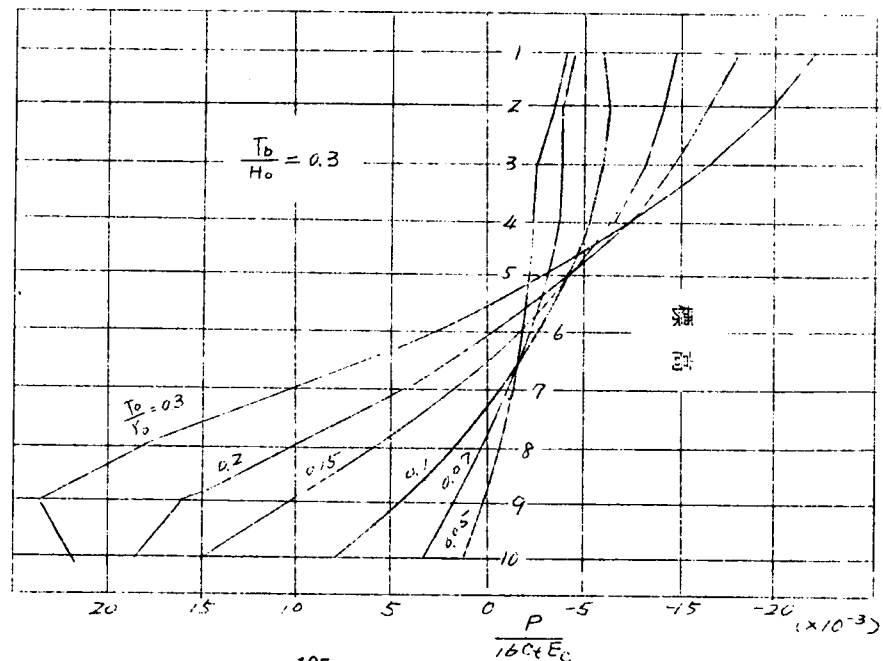
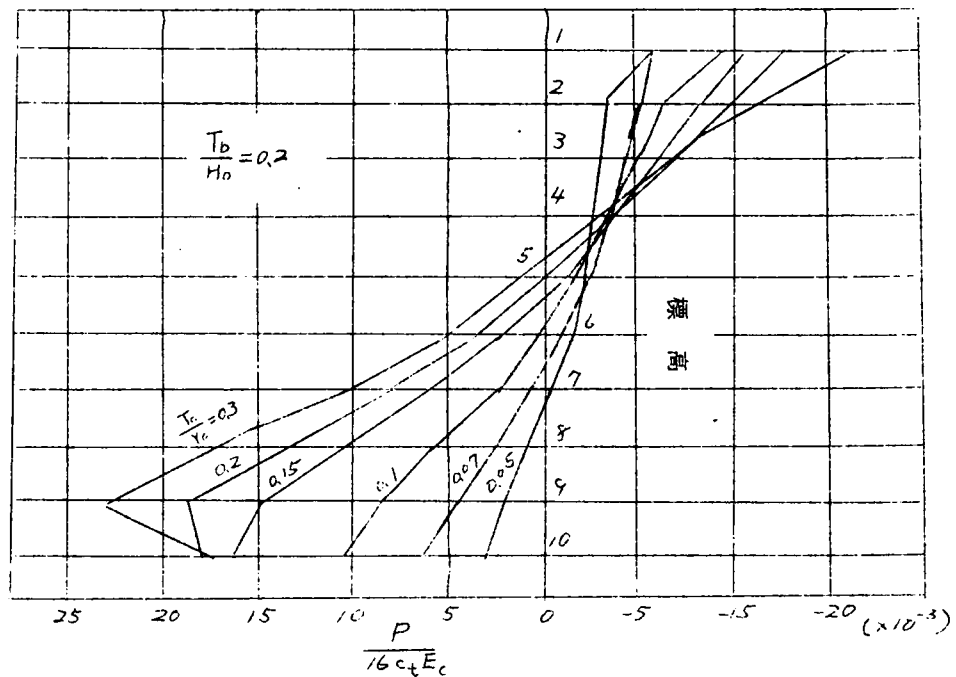


図 4.5 31 温度こう配に対する配分荷重（定角アーチダム）



また、堤体平均温度上昇の場合とは逆に、アーチ剛度 $\frac{T_o}{r_o}$ が大きくなるほど配分荷の絶対値は大きくなる。これは温度こう配による片持ばりのたわみに対するアーチ要素の抵抗が、アーチ剛度が大きいほど大きくなるためと考えられる。片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_o}$ に対する配分荷重の変動は小さいが配分荷重の零点の位置が $\frac{T_b}{H_o}$ が大きいほど下方に移動する。

何れにしても、温度こう配に対する配分荷重の絶対値は他の 2 荷重の場合のそれに比して小さい。

たわみ

図 4.5.3 2 , 3 3 , 3 4 , 3 5 に見られるように正の温度こう配によるアーチクラウウのたわみは、上部標高では上流方向に、下部標高では反対にわずかに下流方向にたわむ。

またアーチ剛度 $\frac{T_o}{r_o}$ が大きくなるほど、温度こう配による片持ばりのたわみに対するアーチの抵抗が大きくなり、たわみは小さくなる。

同様に片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_o}$ が大きくなるほど、たわみは一般に大きくなる傾向を示す。

この場合のたわみ曲線は堤体平均温度上昇の場合と同様上に凸である。

図 4.5.3 2 温度こう配に対するたわみ曲線
(定角アーチダム)

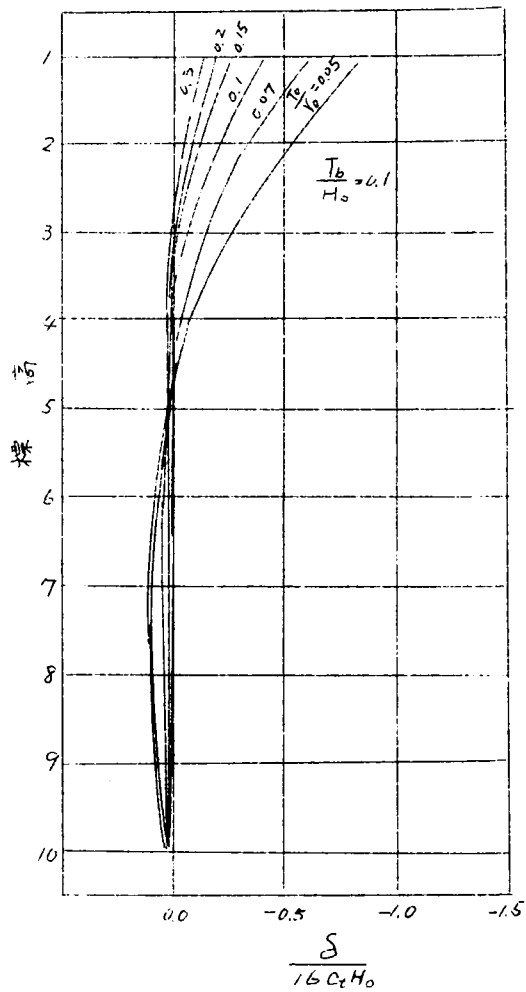


図 4.5.3 3 温度こう配に対するたわみ曲線
(定角アーチダム)

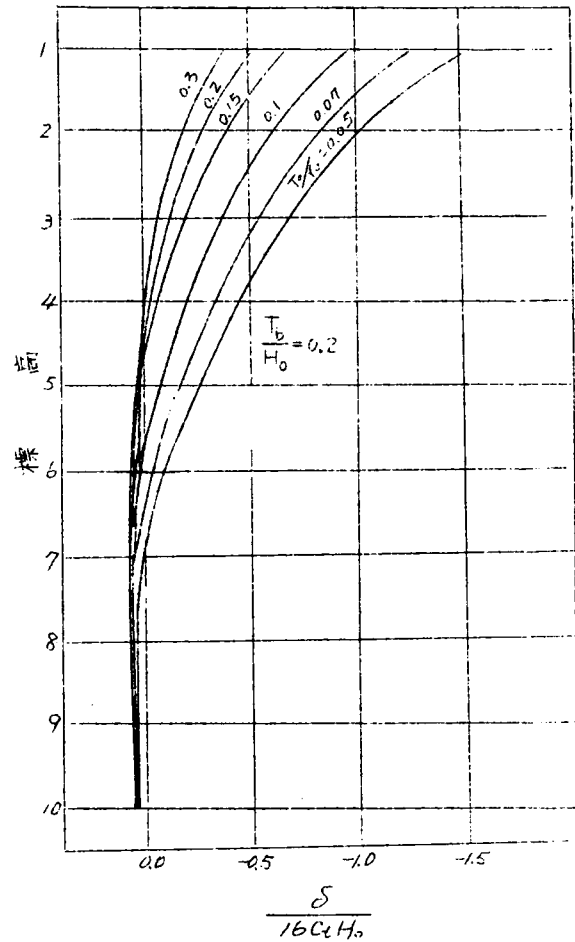


図 4.5.3 4 温度こう配に対するトップアーチクラウンのたわみ(定角アーチダム)

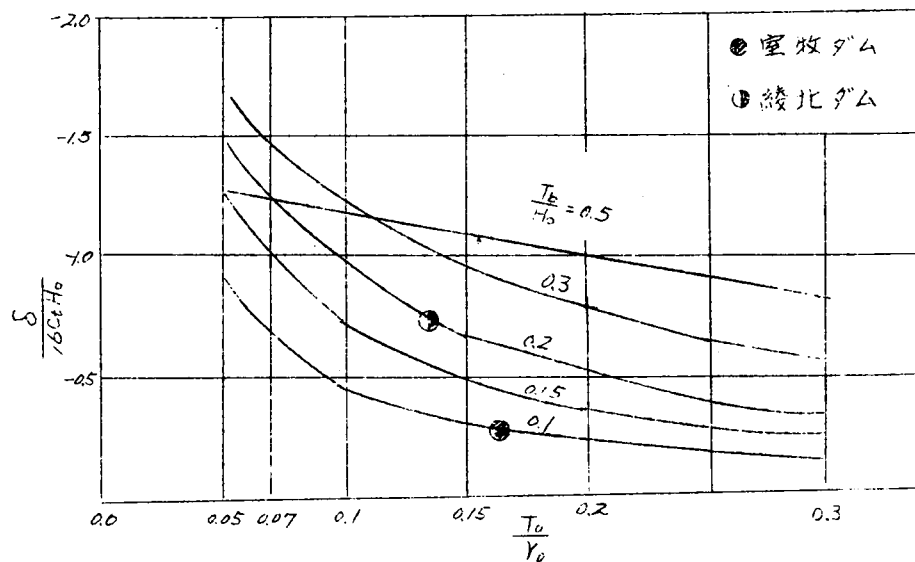
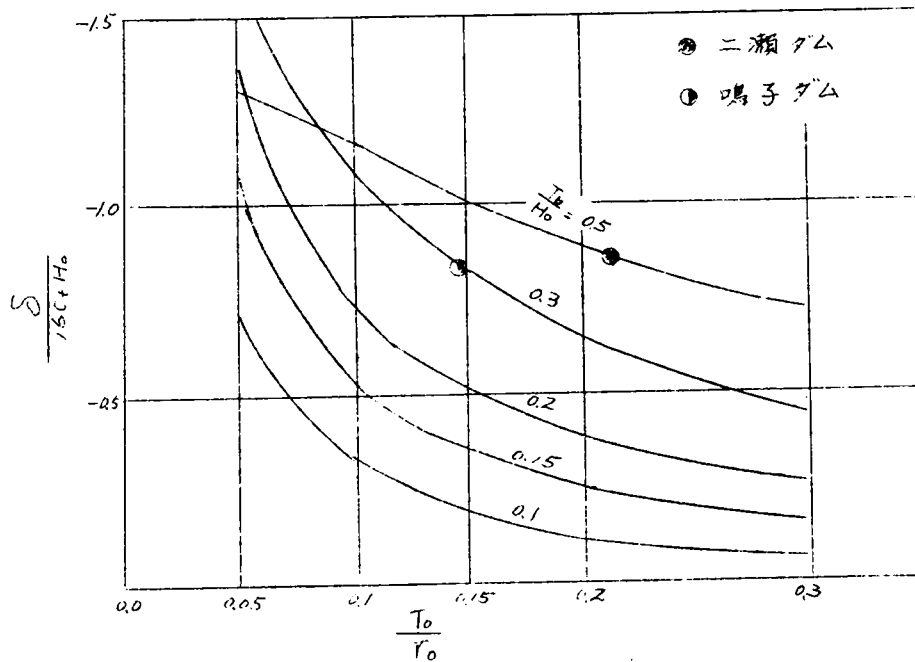


図 4.5.35 温度こう配に対するトッパーチクラウンのたわみ（定角アーチダム）



アーチクラウンの外、内弧側応力

温度こう配に対する配分荷重は小さいから、この場合の応力は単独アーチに温度こう配が生ずる場合の応力に近似的に等しくなる筈である。したがって片持ばり剛度 $\frac{T_0}{H_0}$ の増減によるアーチ応力の変動は小さく、正の温度こう配による外弧側応力は負となり、内弧側応力は正となる。また両側の応力の絶対値は $\frac{T_0}{r_0}$ が大きくなるほど一般に小さくなる。

図 4.5.36 温度こう配に対するアーチクラウンの内弧側応力（定角アーチダム）

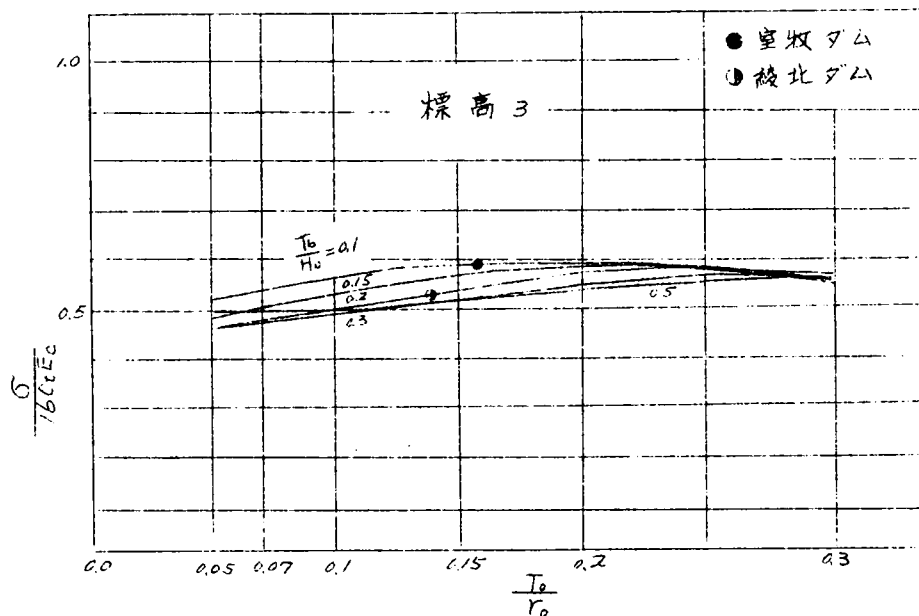


図 4.5.3 7 温度こう配に対するアーチクラウンの内弧側応力
(定角アーチダム)

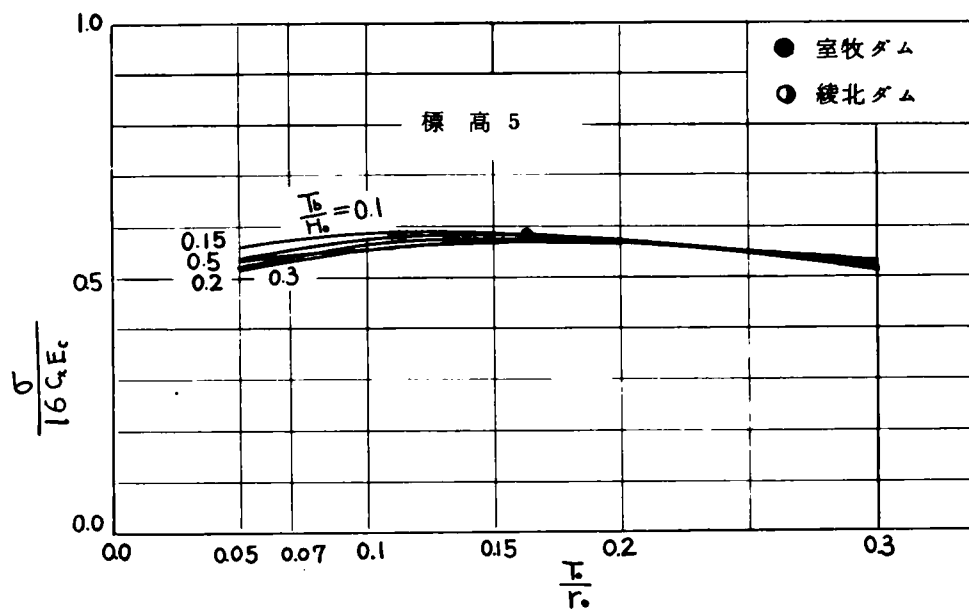


図 4.5.3 8 温度こう配に対するアーチクラウンの内弧側応力
(定角アーチダム)

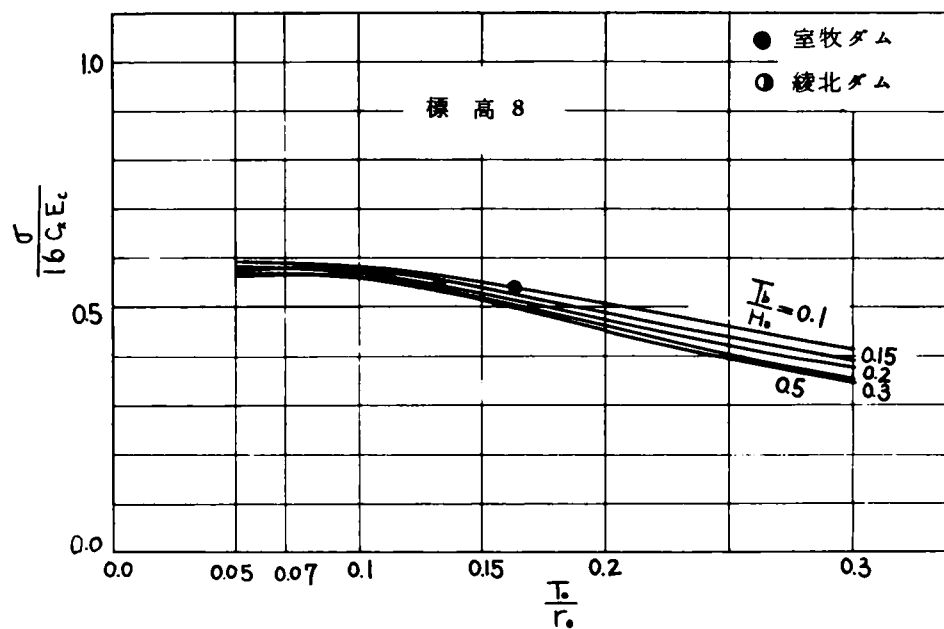


図 4.5.39 温度こう配に対するアーチクラウンの外弧側応力
(定角アーチダム)

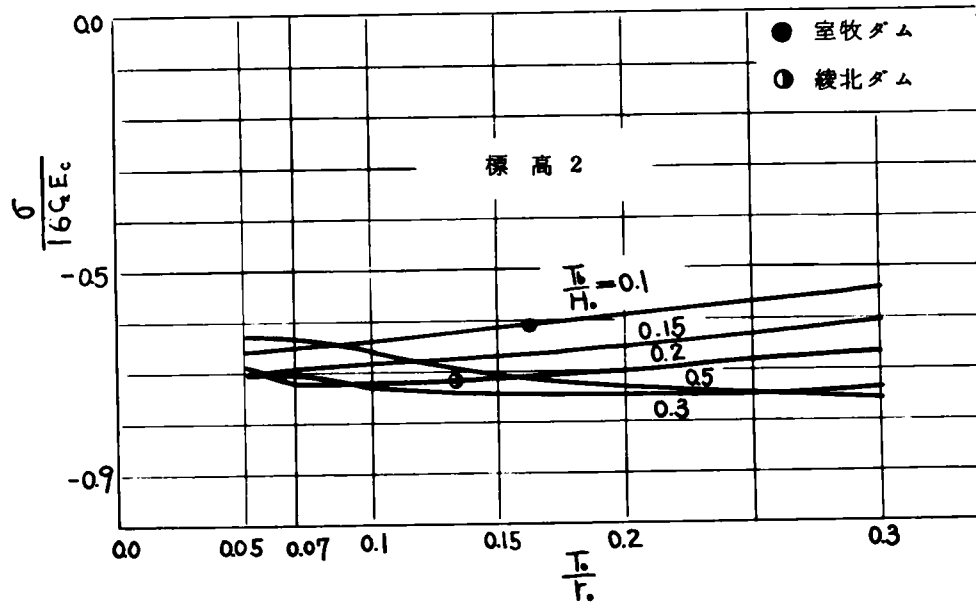


図 4.5.40 温度こう配に対するアーチクラウンの外弧側応力
(定角アーチダム)

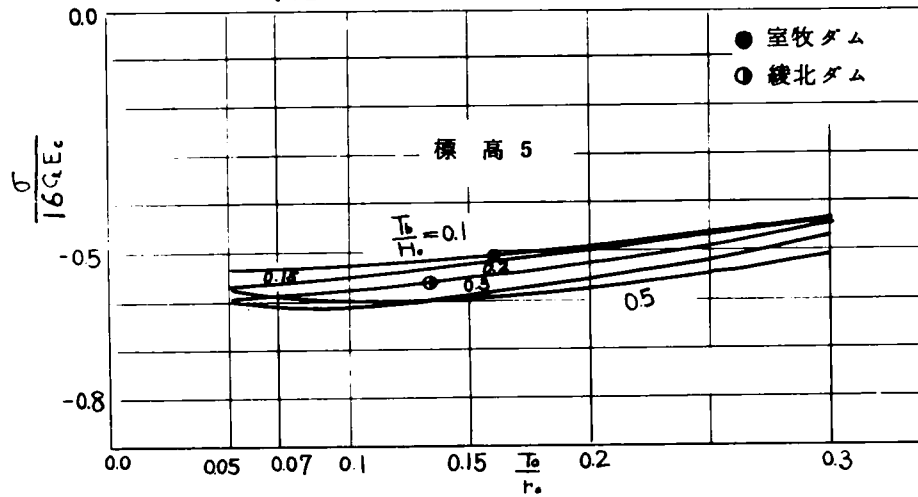


図 4.5.41 温度こう配に対するアーチクラウンの外弧側応力
(定角アーチダム)

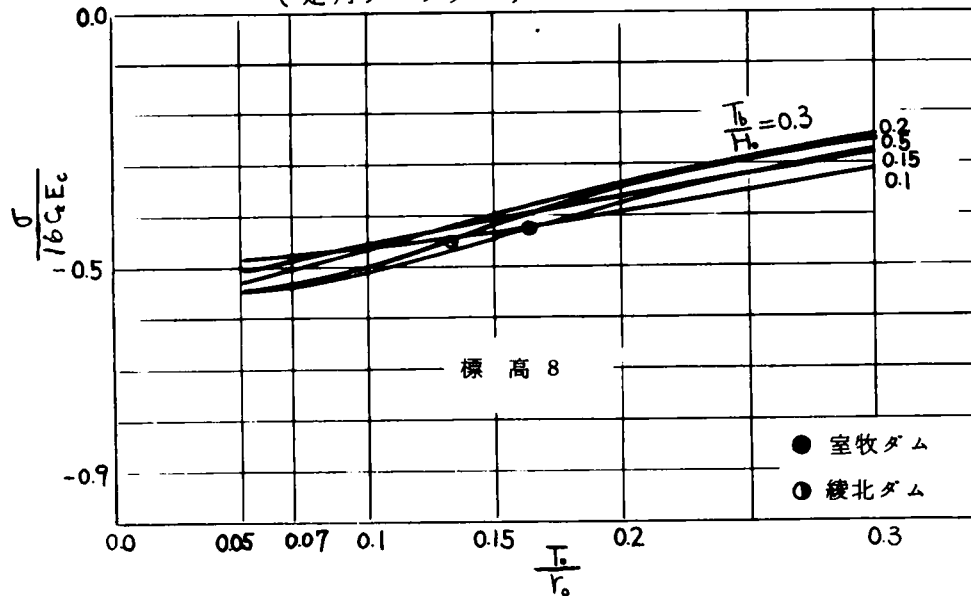


図 4.5.42 温度こう配に対するクラウン片持ばりの下流側応力（定角アーチダム）

片持ばり応力

正の温度こう配に対して片持ばりの下流側応力は常に正となる。図 4.5.42, 43, 44 に図示されるように $\frac{T_b}{H_0}$ を一定にして $\frac{T_0}{r_0}$ を増せば応力は上部で増加し、下部では減少するが $\frac{T_b}{H_0}$ が 0.2 以上では、ほとんど大部分の標高で $\frac{T_0}{r_0}$ に比例して応力は大きくなると考えてよい。これはアーチ剛度 $\frac{T_0}{r_0}$ が増せば上部片持ばりにかかる配分荷重が大きくなるためである。また $\frac{T_0}{r_0}$ を一定にして片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_0}$ を増せば、片持ばり応力は小さくなる。

何れにしても温度こう配による片持ばり応力はアーチ応力より小さい。

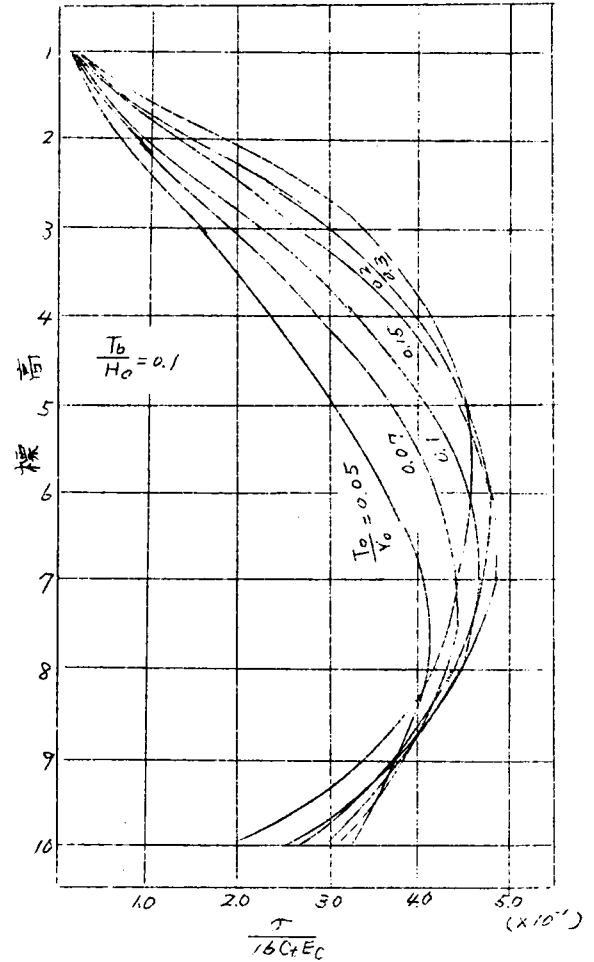


図 4.5.43 温度こう配に対する片持ばりの下流側応力（定角アーチダム）

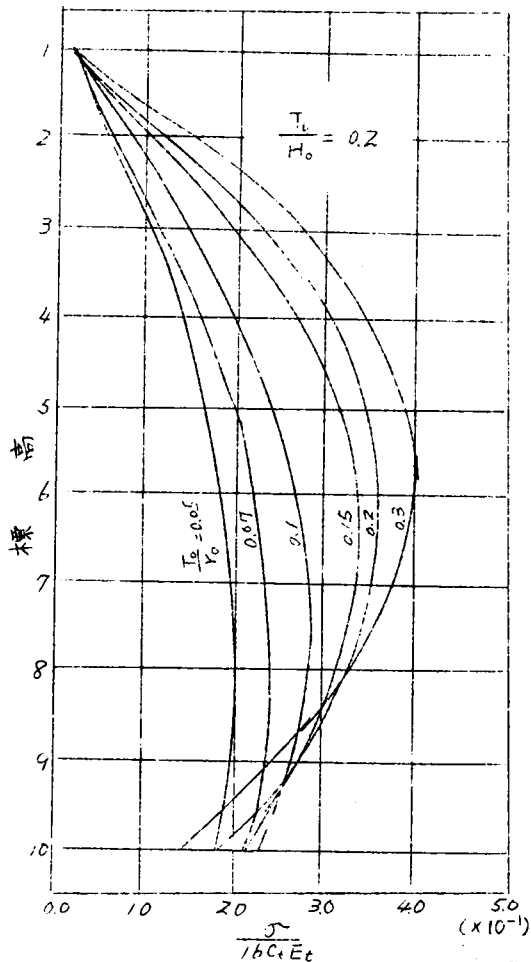
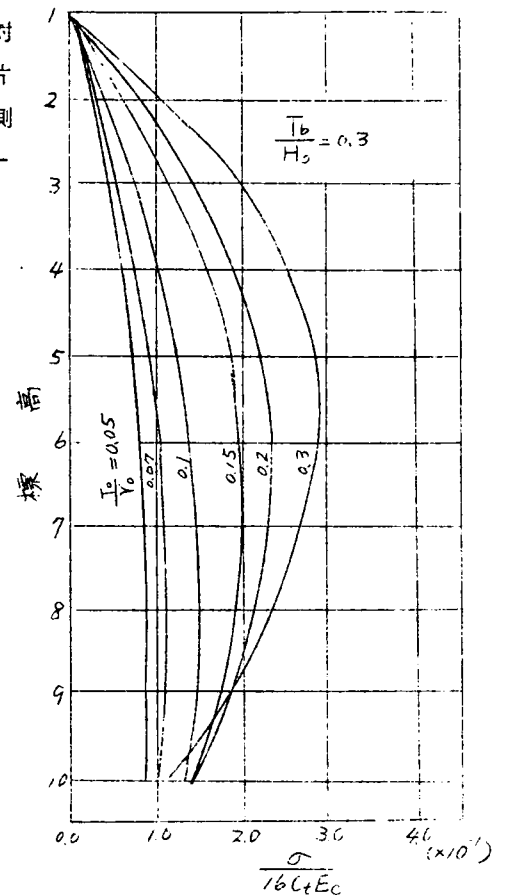


図 4.5.44

温度こう配に対するクラウン片持ばりの下流側応力（定角アーチダム）



5.5 結 論

水圧荷重、堤体平均温度上昇、堤体温度こう配の3荷重に対してアーチダムのたわみ、応力、配分荷重の無次元量、 $E_c \delta / w H_0$, $\sigma / w H_0$, $P / w H_0$, $\Delta t \delta / 100 c_t$,

$\Delta t \sigma / 100 c_t E_c / H_0$, $\Delta t P / 100 c_t E_c / H_0$, $\alpha \delta / 16 c_t H_0$, $\alpha \sigma / 16 c_t E_c$, $\Delta P / 16 c_t E_c$

のアーチ剛度および片持ばり剛度を表わすパラメーター $\frac{T_0}{R_0}$, $\frac{T_b}{H_0}$ に対する挙動特性をクラウンカンティレバー法により電子計算し、推察を加えた。

すなわち

- (1) 水圧荷重と温度こう配の片持ばり配分荷重は、上、下において符号が反転する。しかし配分荷重の零点は水圧荷重では上部にあるに対して、温度こう配の場合は水圧荷重の場合より下方にある。堤体平均温度上昇の上、下部の配分荷重は同符号で中央部の配分荷重は小さい。

温度こう配の配分荷重は他の2荷重に比して小さい。

- (2) 水圧荷重のたわみ曲線は下に凸であるが、温度2荷重によるたわみ曲線は上に凸である。

堤体平均温度上昇によるたわみは Scale の大小に関係しないが水圧荷重と温度こう配によるたわみは Scale factor H_0 に比例して大きくなる。とくに水圧荷重によるたわみは H_0 の2乗に比例して大きくなるであろう。

また水圧荷重によるたわみは E_c に逆比例するが、温度荷重によるたわみは E_c 単独には無関係で $\frac{E_c}{E_r}$ によつて影響される。

トップアーチクラウンのたわみの $\frac{T_b}{H_0}$, $\frac{T_0}{R_0}$ に対する関係は3荷重とも類似の傾向を示す。すなわち $\frac{T_0}{R_0}$ に逆比例し、 $\frac{T_b}{H_0}$ の大小に応じて、たわみは $\frac{T_b}{H_0}$ に比例、または逆比例の傾向がある。

ただし堤体平均温度上昇の場合のこの現象は、主として幾何学的特性による。

- (3) 水圧荷重による下部アーチ応力は $\frac{T_b}{H_0}$ に逆比例する。また $\frac{T_b}{H_0}$ が $\frac{T_0}{R_0}$ に比して大きいときは $\frac{T_0}{R_0}$ に比例するが $\frac{T_b}{H_0}$ の小さいときは $\frac{T_0}{R_0}$ に逆比例する。水圧荷重によるトップアーチクラウンの応力の $\frac{T_b}{H_0}$, $\frac{T_0}{R_0}$ に対する関係はトップアーチクラウンのたわみの場合を類似している。

堤体平均温度上昇による外弧側応力は、片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_0}$ が大きいほど配分荷重による圧縮応力が大きくなるため、圧縮側に大きくなる。下部アーチの内弧側応力については、この傾向が逆転する。また外弧側応力は $\frac{T_0}{R_0}$ に逆比例の傾向を示すが、内弧側応力は $\frac{T_b}{H_0}$ の大小に応じて $\frac{T_0}{R_0}$ に逆比例または比例する。

温度こう配によるアーチ応力は、配分荷重が小さいため単独アーチに温度こう配が生じた場合の応力と同様である。

- (4) 標高に対する水圧荷重、温度こう配による片持ばりの応力曲線は類似している。

ただし、前者は上、下部で符号が逆転するが後者は同符号である。標高に対する応力変化率の零点は水圧荷重の場合は上方にあるが、温度こう配の場合は下方にある。

堤体平均温度上昇による片持ばりの応力は上、下部とも同符号で下部ほど次第に応力は大きくなる。

水圧荷重と堤体平均温度上昇の場合の片持ばり応力の絶対値は $\frac{T_0}{R_0}$, $\frac{T_b}{H_0}$ に逆比

例するが温度こう配については $\frac{T_o}{H_o}$ に対して逆比例し、 $\frac{T_c}{r_o}$ については上部で比例の傾向がある。

- (5) 水圧荷重による応力は Scale factor H_o に比例して大きくなるが堤体平均温度上昇による応力は逆に H_o に逆比例するであろう。温度こう配による応力は、 H_o に無関係となる。

したがって Scale の小さいアーチダムの応力は水圧荷重より、むしろ温度荷重の影響を顕著に受け Scale の大きい場合水圧荷重および温度こう配⁴²⁰⁾ に支配されるであろう。

水圧荷重による応力は E_o 単独には影響されないが、温度荷重による応力は E_o に比例する。

- (6) 片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_o}$ とアーチ剛度 $\frac{T_o}{r_o}$ の比は近似的に谷巾と高さの比 $\frac{L}{H_o}$ を意味する。従来アーチダムの建設の可能範囲を概略推定する手段としてこの $\frac{L}{H_o}$ が用いられた。⁴²¹⁾

本文では $\frac{L}{H_o}$ の意義についても論及した。

- (7) この計算においては $\frac{T_c}{H_o} = 0.059$ とした。 $\frac{T_c}{H_o}$ の値を種々に変えて同様の計算を実行すれば、アーチダム上部のたわみ、応力の挙動特性をより正確に把握することが可能となるであろう。

- (8) $\frac{E_c}{E_r}$ のアーチダムの水圧荷重によるたわみ、応力に及ぼす効果に関する研究は林氏によつて行われており、⁴²²⁾ とくに $\frac{E_c}{E_r}$ のたわみに及ぼす効果は顕著であることを指摘している。本研究では $\frac{E_c}{E_r}$ を一定としているが、アーチ抵抗、片持ばり抵抗を広義に $\frac{E_c}{E_r}$ を含むものとすれば、 $\frac{E_c}{E_r}$ の効果の傾向をある程度推定することができるであろう。

V 解析に使用するアーチダムの諸元

ここで解析の対象とするアーチダムは⁵¹⁾綾北、⁵²⁾室牧、⁵³⁾二瀬、⁵⁴⁾鳴子ダムであり、その諸元は表 5.1 のとおりである。

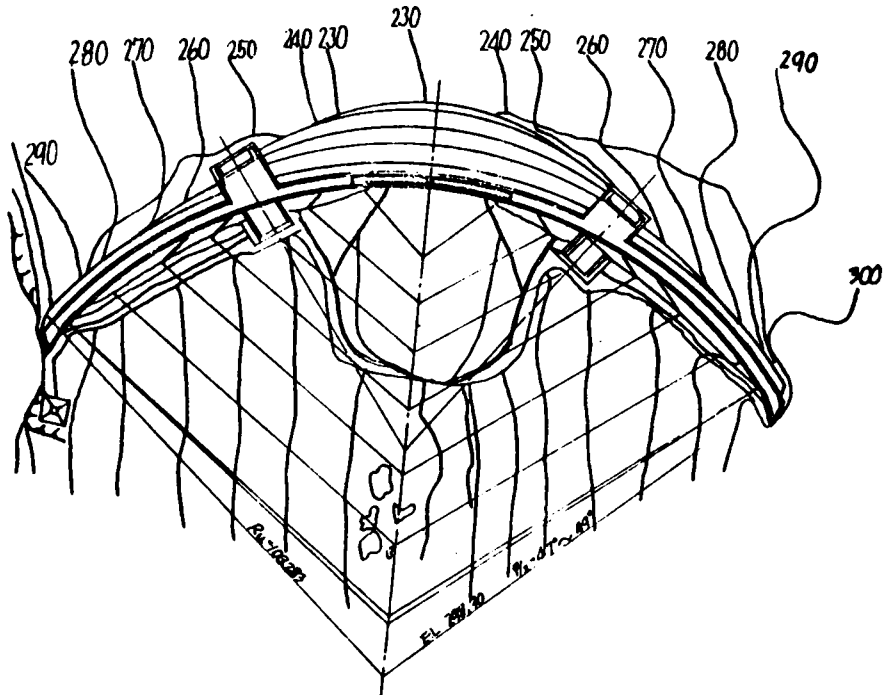
ダム諸元および特性			綾 北	室 牧	二 瀬	鳴 子
ダム名			綾 北	室 牧	二 瀬	鳴 子
河 川 名			大淀川支川綾川	神通川支川室牧川	荒 川	北上川支川江合川
ダムの種類			薄肉アーチダム	薄肉アーチダム	厚肉アーチダム	厚肉アーチダム
目 的			F. A. P	F. A. P	F. A. P	F. A. P
総貯水容量 (m ³)			21,300,000	17,000,000	26,900,000	50,000,000
たん水開始期日			1960年4月2日	1961年3月30日	1960年11月16日	1957年4月5日
たわみ計測標高			ブラムライン 上段 El.298 中段 El.273 下段 El.248.3	堤頂面における視準測量	ブラムライン 上段 El.545 m 下段 El.460 m	ブラムライン 上段 El.260 中段 El.215 下段 El.179
解析温度計測断面		断面番号	1 2 3 4	El. 186 215 245 -	El. 458 495 515 5345	El. 194.3 226.3 242.3 -
		1	El. 245	El. 186	El. 458	El. 194.3
		2	275	215	495	226.3
		3	285	245	515	242.3
形状特性	頂部標高		El. 298	El. 261	El. 545	El. 260
	基底標高		221	185	455	175
	サドル上面よりの高さ H (m)		73	76	90	85
	アーチ作用部分の高さ H' (m)		66	70	82	79
	アーチ作用部分基底厚 T _b (m)		13	7.5	40	28
	アーチ作用部分平均厚 T _m (m)		10	7.0	28	20
	頂部半径 R _c (m)		100	64	130	100
	堤頂部中心角 θ (度)		100	100	120	120
	堤頂長 L _c (m)		174	115	290	215
	堤体積 V (m ³)		47,000	57,200	356,000	180,000
材料特性	コンクリート弾性係数 E _c (Kg/cm ²)		200,000	250,000	200,000	200,000
	地 質		砂岩、頁岩およびその互層	安山岩一部凝灰岩および凝灰安山岩	珪岩および千枚岩	閃緑花崗岩および石英粗面岩
	上部岩盤弾性係数 E _{ru} (Kg/cm ²)		40,000	40,000	50,000	20,000
	下部岩盤弾性係数 E _{rl} (Kg/cm ²)		80,000	70,000	100,000	100,000

注：F：洪水調節、A：かんがい、P：発電

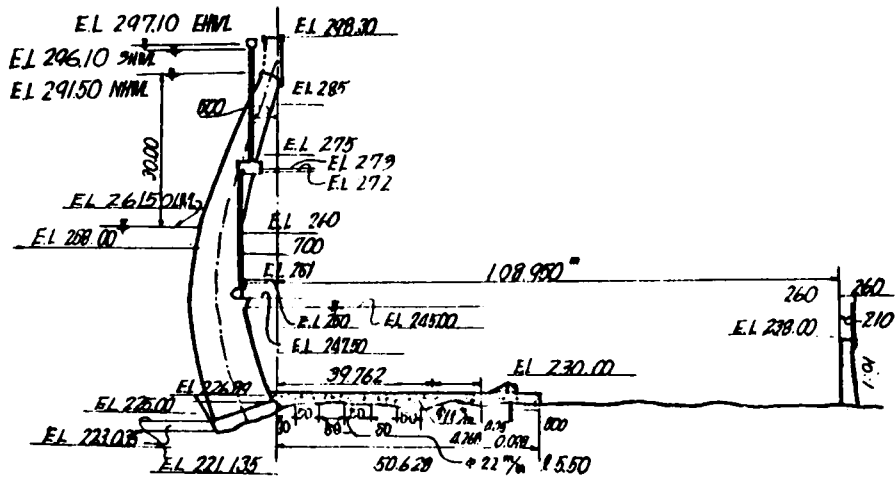
表 5.1 アーチダム諸元

図 5.1, 2, 3, 4 はおのおの綾北、室牧、二瀬、鳴子ダムの一般図である。

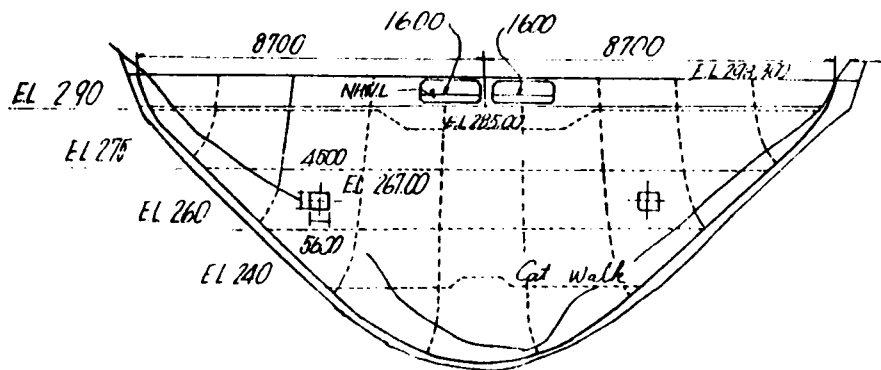
図 5.1 綾北ダム一般図



(a) 平面図



(b) 断面図



(c) 展開図

図 5.2 室牧ダム一般図

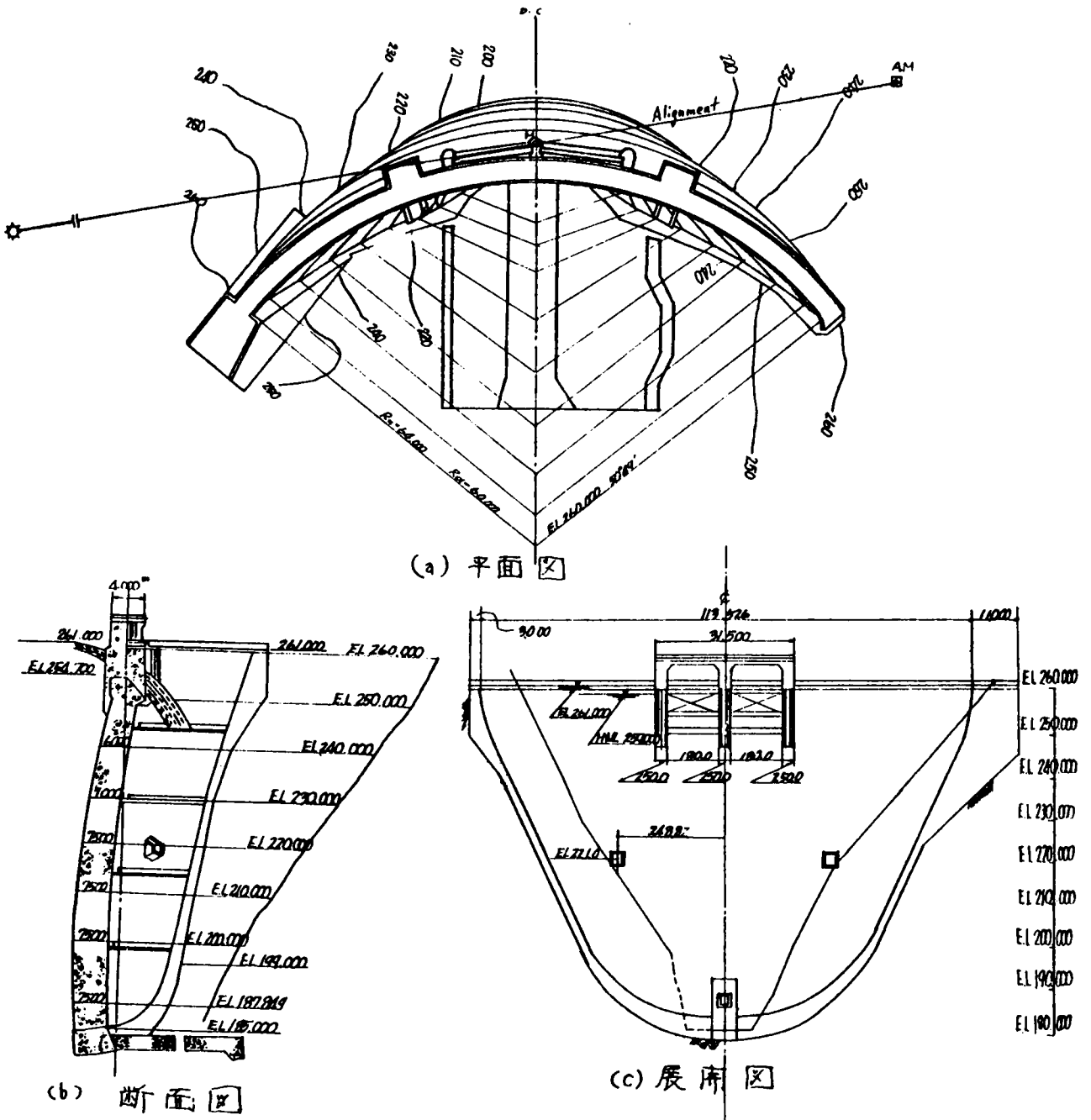


図 5.3 二瀬ダム一般図

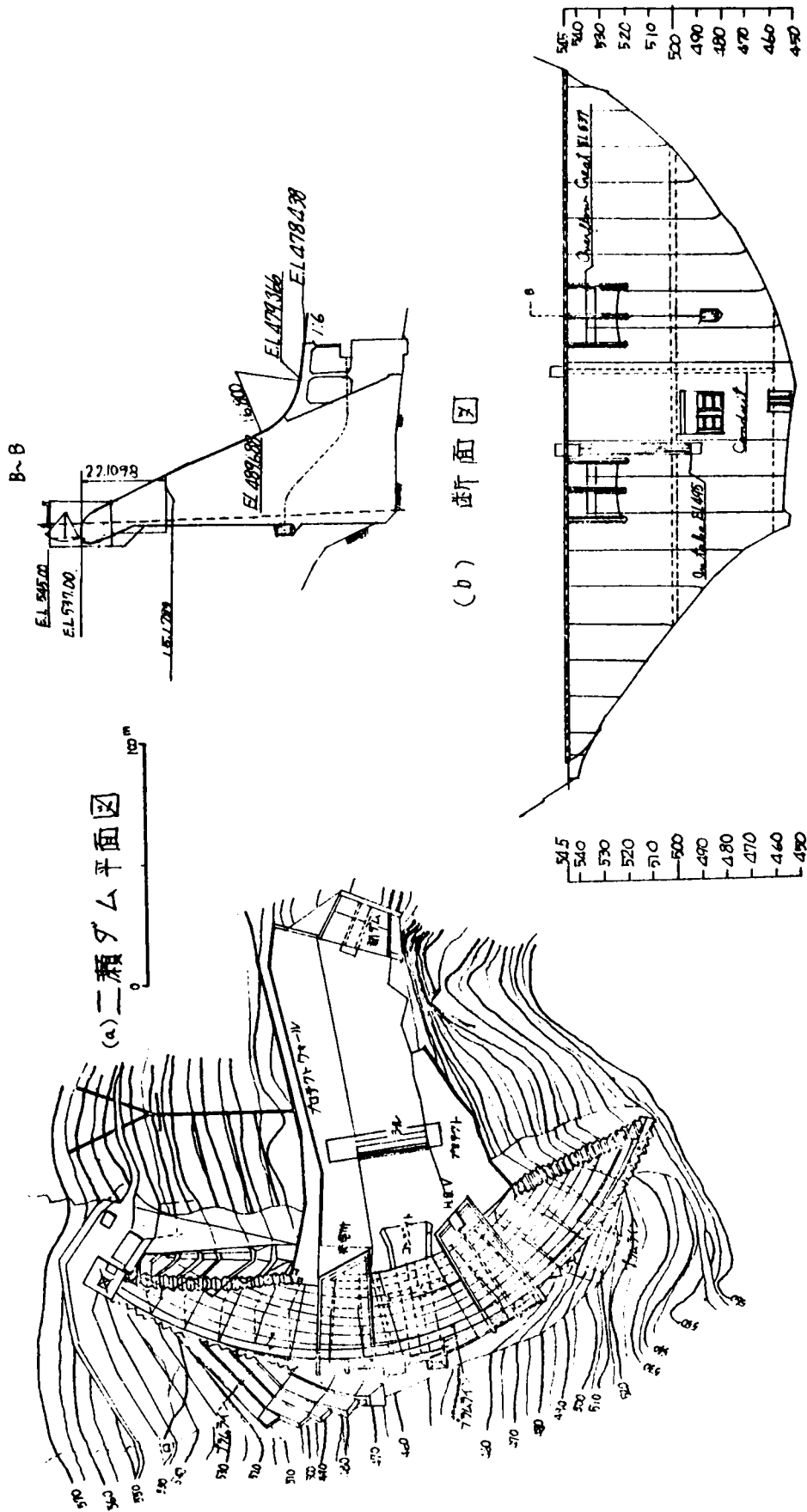
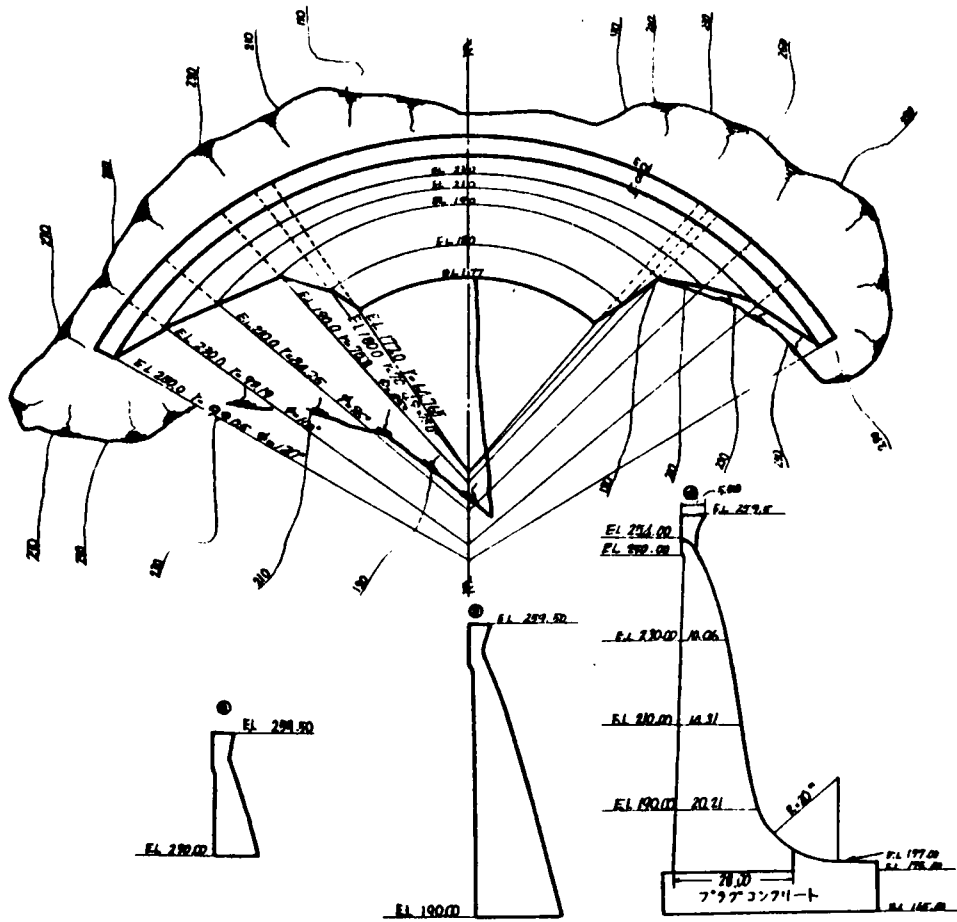
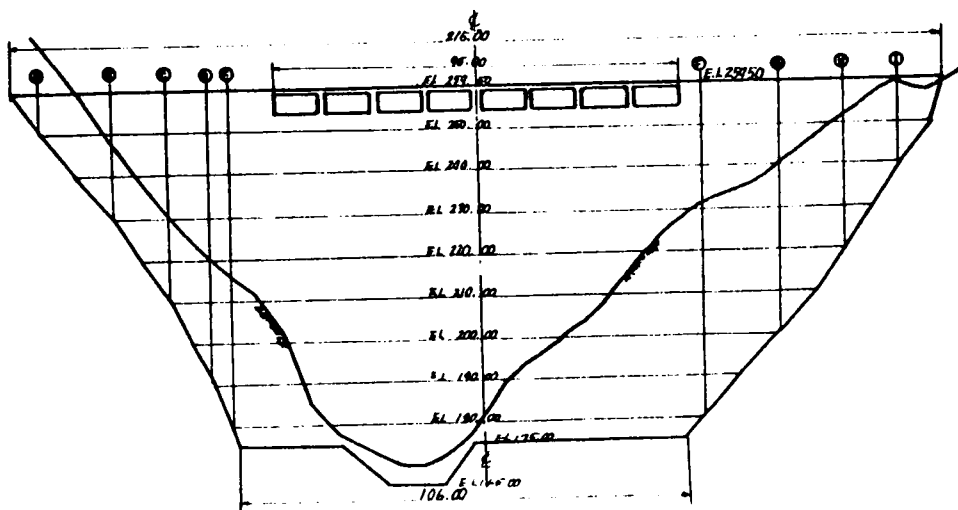


図 5. 4. 鳴子ダム一般図

(a) 平面図及び片持梁断面図



(b) 展開図(軸線)



Ⅶ 実測計器およびその配置

たわみの実測は、綾北、二瀬、鳴子ダムではブラムライン、室牧ダムでは視準測量によつて行われている。

たとえば、綾北ダムではクラウンに表 5.1、図 5.1 のとおりブラムラインが設置される。⁶¹⁾ すなわち E1.298 のワイヤー掛けより吊り下げられた吊ワイヤー（直径 約 6 mm）の先に錘（約 20 Kg）を取り付け、これを油槽に浸して振動を吸収し、E1.273 におけるマイクロスコープによつて吊りワイヤーの動きを計測し E1.298 ～ E1.273 の相対たわみ量を求める。⁶²⁾

同様にして E1.248.3 ～ E1.273 の相対たわみが計測される。その精度は 0.025 mm である。

室牧の視準測量によるたわみは図 5.2 に示されるように、ダムより十分離れた 2 点の見通し線上、クラウンの堤頂に置かれた移動標識の動きによつて観測されるが⁶³⁾ 観測精度はブラムラインより悪い。

ひずみ計、無応力ひずみ計、継目計、応力計はすべてカールソン型ひずみ計またはそれを用いたものである。⁶⁴⁾

ひずみ計は、同一点において 3, 5, 9 方向のひずみが計測されるようハブおよびロッドによつて構成され、スパイダーの先端に固定される。⁶⁵⁾ ひずみ計の精度は 10×10^{-6} 程度であると言う。ひずみ量はひずみ計における抵抗比の変化をコードを介して、指示計に導き測定される。

なお、ひずみ計の抵抗値から温度の測定が可能であり、その精度は $\pm 1^\circ\text{C}$ である。温度計による温度の観測精度は $\pm 0.3^\circ\text{C}$ であるから、精度の向上を計るためにはできるだけ温度計を併設すべきであろう。⁶⁶⁾ 埋設計器の個数は表 6.1 に示すとおりであるが、その外三角測量、水準測量のための計器、標識、地震計等、表に掲載されない計器が若干ある。⁶⁷⁾

表 6.1 実測計器埋設個数一覧 (注) ひずみ計の ⑤-130 は 5 成分ひずみ計が 130 個あることを意味する。

	綾北ダム	室牧ダム	二瀬ダム	鳴子ダム
ブラムライン	(2段) 1	0	3	(2段) 1
視準測量	0	3	0	0
傾斜計	0	4	0	0
温度計	49	64	152	117
応力計	2	6	16	17
ひずみ計	①- 2 ⑤-130 ⑨- 18 150	①- 2 ③- 12 ⑤-120 134	①- 16 ⑤-170 ⑨- 72 258	239
無応力ひずみ計	4	28	1	5
継目計	32	63	20	47
鉄筋計	16	0	0	0
計	254	302	449	426

図 6.1 綾北ダム計器擺設図 (a)

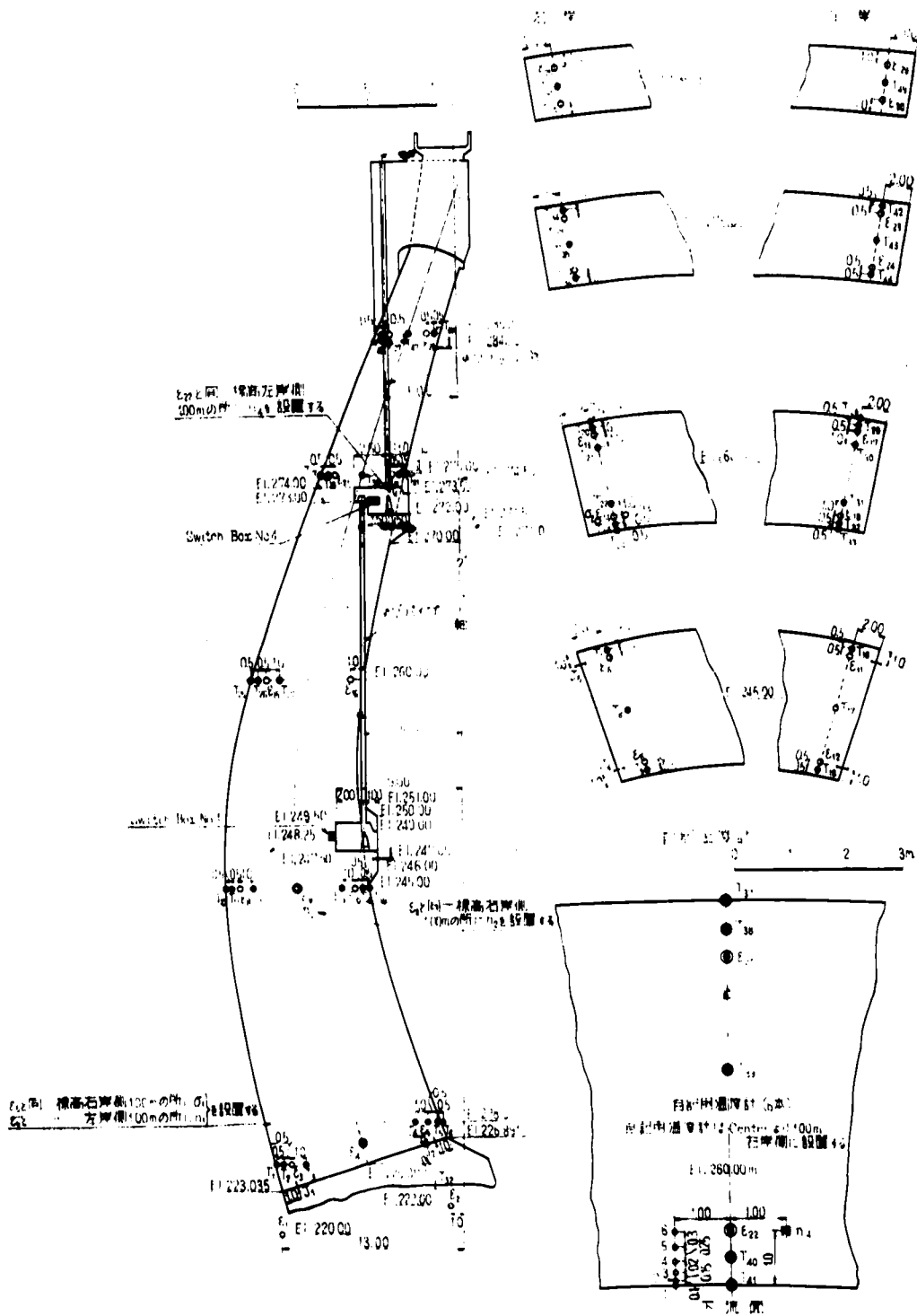
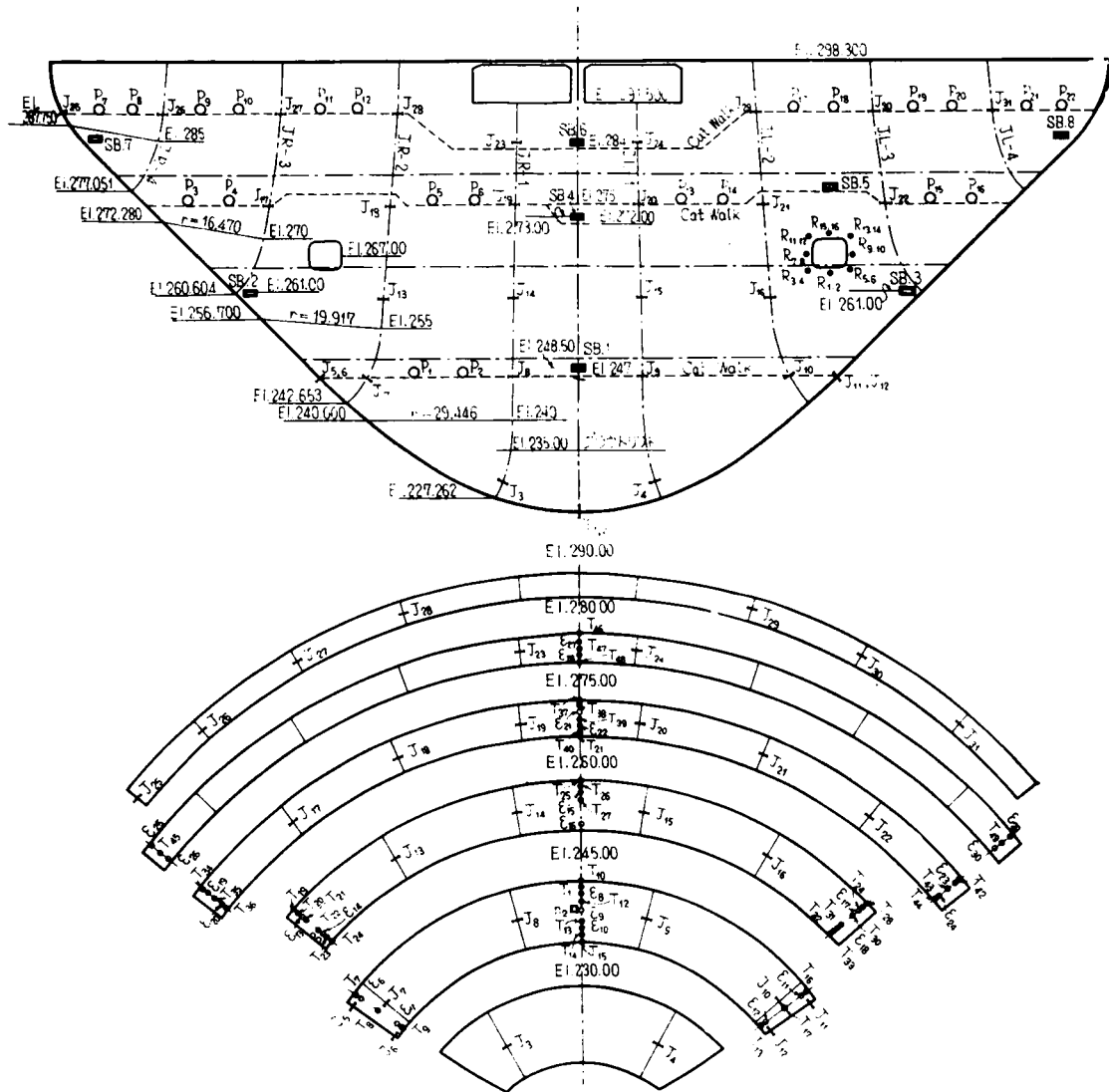


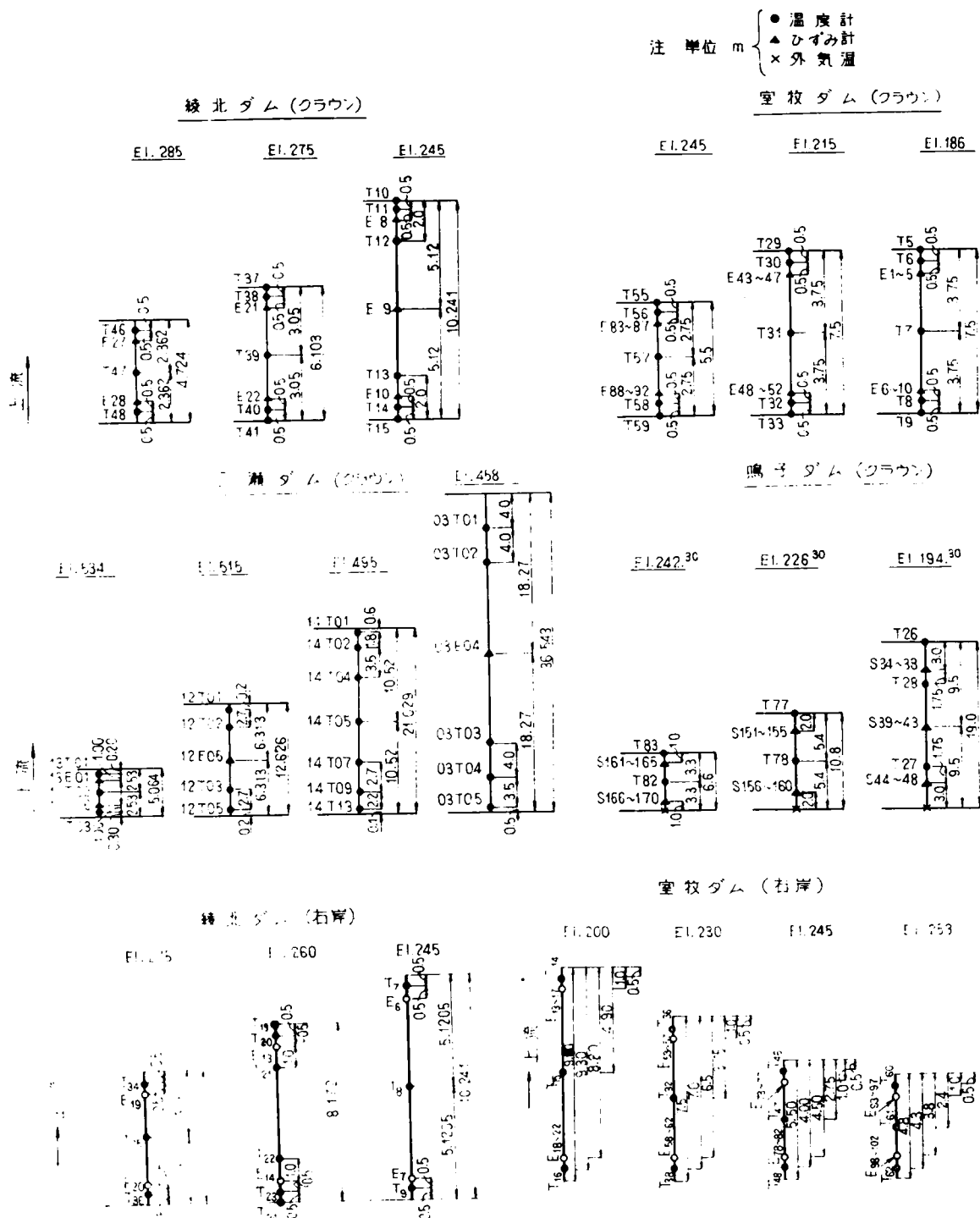
図 6.2 綾北ダム計器埋設図 (b)



凡 例

計	器 名	記 号	個 数
縦	目 計	— I	32
温	度 計	• T	49
至	計 1 成 分	○ E	2
〃	5 成 分	● 〃	5 × 26 = 130
〃	9 成 分	○ 〃	9 × 2 = 18
無	応 力 計	□ n	4
応	力 計	○ σ	2
録	動 計	• R	16
温	度 測 定 用 バイブ	○ P	22
ス	イ ッ チ ボ ッ ク ス	■ E	8

図 6.3 温度計およびひずみ計埋設詳細図



VII たわみの解析

(1) 概 説

水圧荷重および流動変形に基づくアーチダムのたわみが、おのおの(3.4.3)(3.2.6)式に従うものとし堤体平均温度 t 、温度こう配 α とたわみとの間には、(4.5.20)式および(4.5.32)式に従い線型回帰の関係があり、かつ t および α としてクラウンの2, 3の断面における実測値を与えるものとすれば、総たわみ量 δ に関する次の線型回帰模型

$$\delta = k + \sum_i a_i t_i + \sum_i b_i \alpha_i + c_1 (h - h_0)^2 + c_2 (h - h_0) (h_c - h) + c_3 (h - h_0)^2 (h_c - h) + \sum_i d_i \log \left(\frac{1 + \theta}{1 + \theta_i} \right) + e \quad (7.1.1.)$$

が成立する。⁷¹⁾ここに k は常数項であり、 a_i, b_i は t_i, α_i にかかる係数で下部標高より上方に $i = 1, 2, 3, \dots$ をとるものとする。 d_i は対数項にかかる係数、 e は偏差である。ここではクラウンの堤高および綾北、鳴子ダムではその外に中間標高点の基礎に対する相対たわみの外荷重に対する関係が検討される。一般にたわみ δ はアーチダムのあらゆる点の温度条件の関数であるから、一見できるだけ多くの点の温度条件を入力として与える必要があるように思えるが、4ダムの堤体平均温度と温度こう配の挙動は図7.1.1, 2, 3, 4に示すとおりで相互の相関性がきわめて顕著であり、実はクラウンにおける数個の温度条件で十分現象が説明できるのである。

上部温度こう配が不規則に変動するのは、アーチダム上部上流面が水面下に水没したり露出したりするためである。すなわち上部温度こう配は水位の動きと密接な関係があり、水面上に露出断面の温度こう配はほぼ零となる。しかし上、下流何れかの面が太陽輻射を強く受ける場合は若干の温度こう配が発生する。

図7.1.1(2)より、綾北ダム右岸の堤体温度はクラウンのそれと大差がないことがわかる。堤体平均温度と温度こう配の高い相関性のためには、もつと少数断面の温度条件のみで、たわみ現象を十分説明できるかも知れない。そのため重回帰における有意性検定によつて、各因子の有意性を検定する。⁷²⁾

有意性検定理論はまた流動変形の最適解を検出するのに有効である。すなわち流動変形の発生する時点 θ_i をできるだけ多くとる方が、より正確な流動変形の検出が可能であるように思えるが、あまり多くとると流動変形の中に、温度変形の一部が含まれることになり、また實際上、電算機の記憶容量から θ_i の個数の制限を受けるので、小容量電算機では、たん水開始後の2, 3ヶ月間、あるいは、その外の新たに顕著な流動変形が発生すると思われる時点において θ_i を密にとり、有意性検定によつて θ_i の個数を減じながら、逐次試算的に流動変形の最適解を追求する。通常はたん水開始後の2, 3カ月以外には、毎年1個の θ_i で十分のようである。⁷³⁾

なお時間 θ の単位は日とし、たん水開始前100日を原点にとる。これは $\theta = 00$ 付近の対数曲線の大きい曲率を避けるためである。

図 7. 1. 1 (1) 綾北ダムクラウンの堤体平均温度，温度こう配変動図

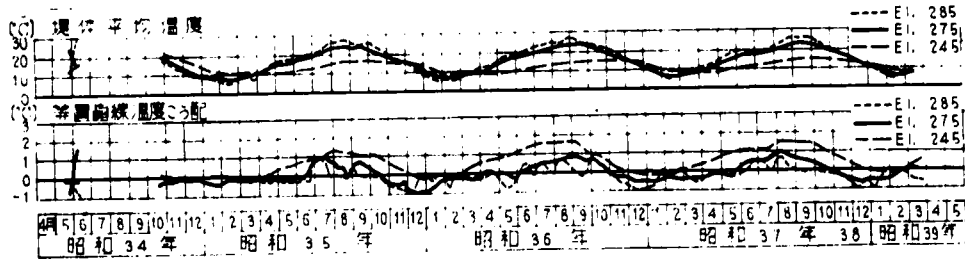


図 7. 1. 1 (2) 綾北ダム右岸堤体平均温度，温度こう配変動図

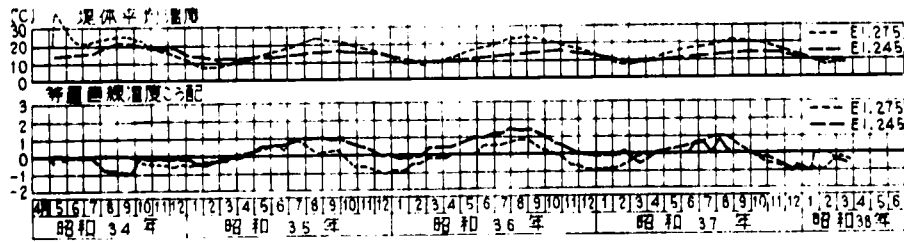


図 7. 1. 2 室牧ダムクラウン堤体平均温度，温度こう配変動図

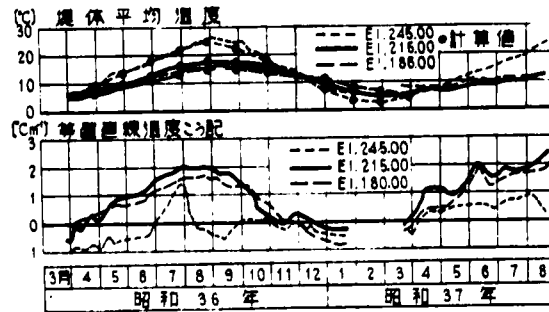


図 7. 1. 3 二瀬ダムクラウン堤体平均温度，温度こう配変動図

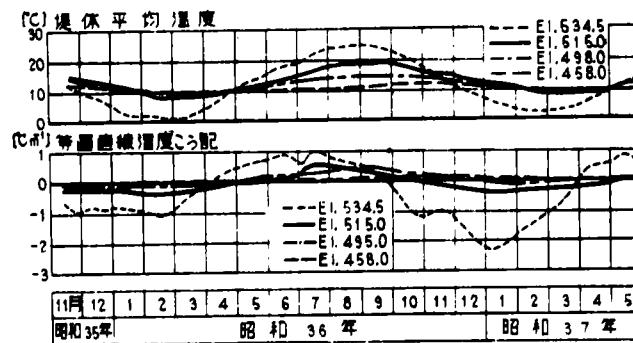
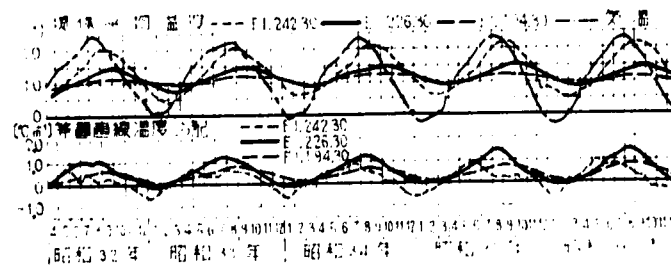


図 7. 1. 4 鳴子ダムクラウン堤体平均温度，温度こう配変動図



さて、ここで流動変形とは、可逆的な弾性変形では説明されない一切の現象の総称であると定義した。基礎および堤体の塑性変形はもちろん、コンクリート、岩盤の弾性係数の増大、堤体のクラックの発生もまたその中に含まれる。後者は、むしろ弾性変形の範疇に属するもので、温度、水位に関する回帰係数の増減の原因となるが、前者は残留変形を伴うものであり、回帰係数を不変のまま、流動変形が新たに生起することになる。

温度、水位に関する回帰係数すなわち弾性抵抗の構造が不変である場合は、たん水開始以降数年の資料の同時解析が可能である。ただし年度毎の回帰偏差の分散に変動があるものと考えられるから、異重重回帰における有意性の検定を行わなければならないであろう。

しかしながら一般に回帰係数は刻々変動する、すなわち回帰係数自身に経年変化のある場合には多年間を通して回帰分析を行なうことは無意味であるが、初年度に対して非可逆的な流動変形が如何に変動していくかを検出するために、初年度の重さ g_1 、あるいは初年度の組数 n_1 を他年度のそれに比して大きくとり同時解析を行なつてもよいことは既述のとおりである。

たん水開始以降水位は次第に上昇する。しかし利水に対する余裕を残しておくために水深がふたたび零となることは稀であり、通常、最低水位は基底標高より遙かに高い。

そのため、水圧荷重によるたわみと、たん水初期の流動変形を完全に分離することが困難になる。水位を人為的に下げて水深を零とすることができれば、もちろん両者の分離は可能となる。あるいは水位を下げなくても、一般にたん水初期の流動変形は緩慢に起こるから、たん水後の 1, 2 ケ月は毎日の資料を入力データとして与えれば、ある程度流動変形と水圧荷重によるたわみの分離が可能となるであろう。綾北ダムでは、この方針に基づき、たん水初期の流動変形の検出を行なつた。もし、同じ水位が何回も繰り返す高い水位に対するアーチダムのたわみのみを求めるのが目的であれば、単に

$$\delta h = c(h - h_0)^2 \quad (7.1.2)$$

として解析してもよい。ただし、この場合には、低い水位における水圧荷重によるたわみの一部が流動変形の中に含まれることになるであろう。

しかし、一般に低い水位の水圧荷重によるトップアーチクラウンのたわみは、高い水位の場合に比して非常に小さいものと考えられるから (7.1.2) 式によつて水圧荷重によるたわみの概略の推定が可能となるであろう。

なお各ダムのたん水開始以降の水位の変動は図 7.1.5, 6, 7, 8 に示すとおりである。

図 7.1.5 綾北ダム の 水位 の 変動

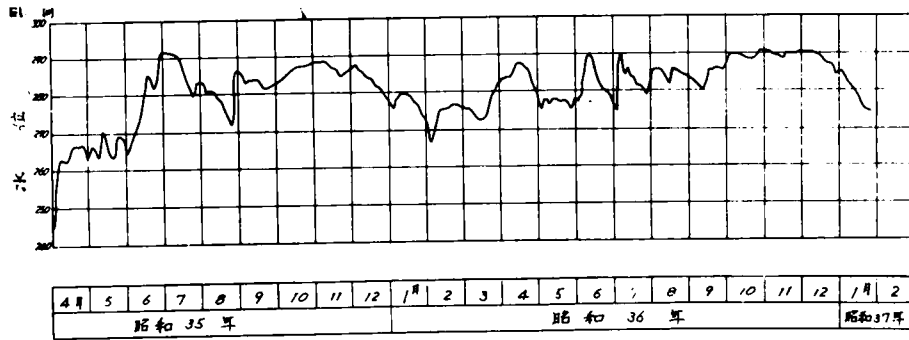


図 7.1.6 室牧ダム の 水位 の 変動

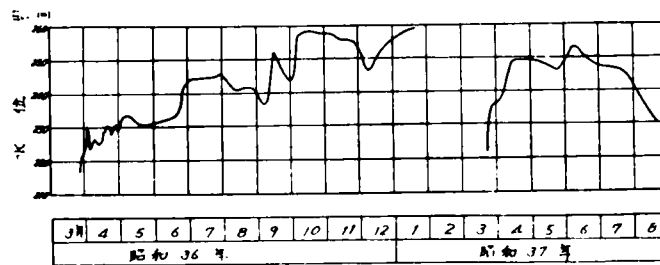


図 7.1.7 二瀬ダム の 水位 の 変動

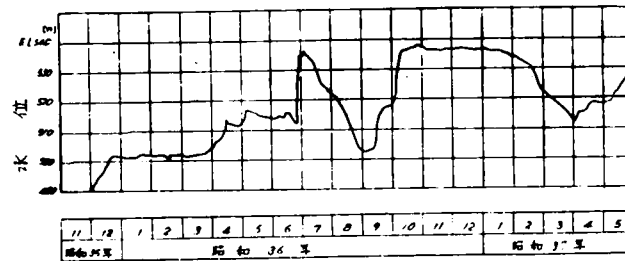
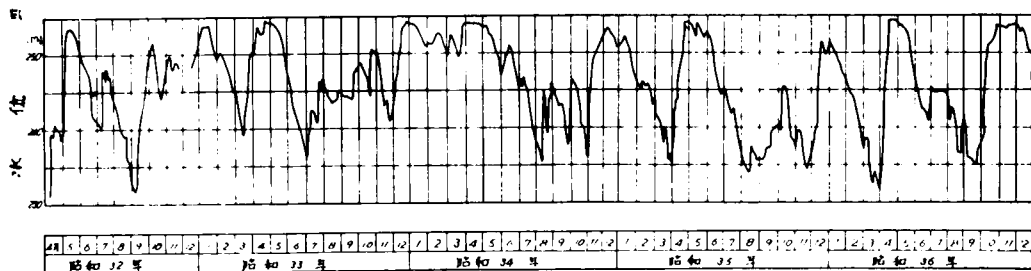


図 7.1.8 鳴子ダム の 水位 の 変動



〔2〕たわみの解析

2.1 綾北ダム

最初に綾北ダムのたん水初期における挙動を解析する。図 7.1.5 より綾北ダムの水位はたん水開始後約 20 日間の中に水位が 2 回以上繰り返す最低水位に達することがわかる。最初の 20 日間の流動変形の検出はもちろん不可能であるが、流動変形が緩慢に生ずるものとし、この区間の流動変形が、その後の流動変形を外挿することによつて推定できるものとするれば、たん水後毎日の資料を入力として与えれば、たん水初期の流動変形を検出することができるであろう。

さて、綾北ダムの下流方向のたわみ δ が (7.1.1) 式に従い変動するものとする。ただし、綾北ダムのクラウンの温度計埋設断面 E1.245, E1.275, E1.285 における堤体平均温度、温度こう配におのおの添字 1, 2, 3 を付し、流動変形項の日数 θ の原点としてたん水開始前 100 日を取り、流動変形が顕著と思われる時点 θ_c として 0 日、160 日、200 日を取り、また $h_0 = 225\text{ m}$ $h_c = 291.5\text{ m}$ とし、たん水を開始した 35 年 4 月 2 日以降、昭和 36 年 4 月 4 日までの 96 組の資料について、とくに昭和 35 年 4 月 2 日より昭和 35 年 6 月 15 日までは、ほとんど毎日データを入力として与え解析した。

最初、最小二乗法によつて回帰係数を求め、次に帰無仮説による有意性検定によつて有意な因子を抽出した。その結果クラウンの堤頂 (E1.298) のたわみ

$$\begin{aligned} \hat{\delta}_{298} = & -3.37 + 1.423(t_1 - 11.62) - 1.542(t_2 - 11.10) - 3.075(\alpha_1 + 0.03) \\ & - 3.376(\alpha_2 + 0.05) + 0.0005928(h - 225)^2 \\ & - 0.00004848(h - 225)^2(291.5 - h) + 2.847 \ell_n\left(\frac{1 + \theta}{161}\right) \quad (7.2.1) \end{aligned}$$

を得た。その回帰偏差の不備分散の平方根は 0.457 mm であつた。(7.2.1) 式によつて与えられる総たわみ計算値、温度荷重によるたわみ、流動変形の変動を図 7.2.1 に図示した。 $\hat{\delta}_{298}$ の観測値は (7.2.1) 式によつて高い精度で推定が可能である。

しかし、各標高における堤体平均温度相互の相関、温度こう配相互の相関、あるいは下部標高温度こう配と堤体平均温度間の相関は顕著であるため、温度荷重の各因子によるたわみに分離することは不可能で、その和である温度荷重によるたわみとしてしか意義がない。たん水初期に水圧荷重によつて上流方向にたわむのは $\hat{\delta}_{298}$ は E1.248.3 に対する E1.298 の相対たわみであり、水位の低い間堤頂の変位がほとんど零であるためであろう。何れにしてもこの水圧荷重による相対たわみ量は、温度荷重によるたわみに比して小さい。温度荷重によるたわみの年間の変化量は約 26 mm に達する。また、たん水初期に下流向きの流動変形が考察される。その値は昭和 36 年 3 月までに約 4 mm である。

図 7.2.1 綾北ダムクラウン堤頂のたわみ δ_{298} の挙動

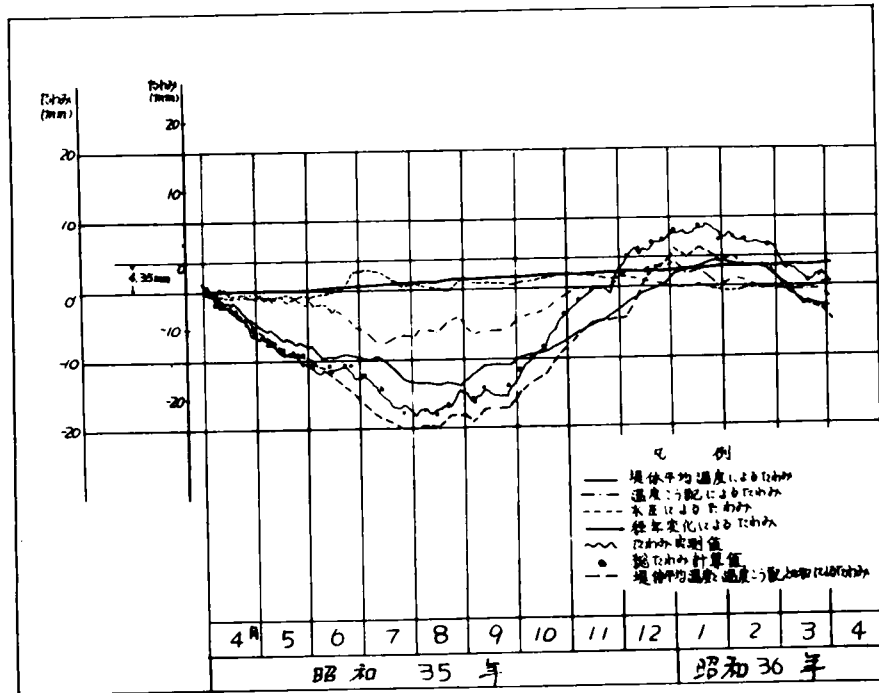
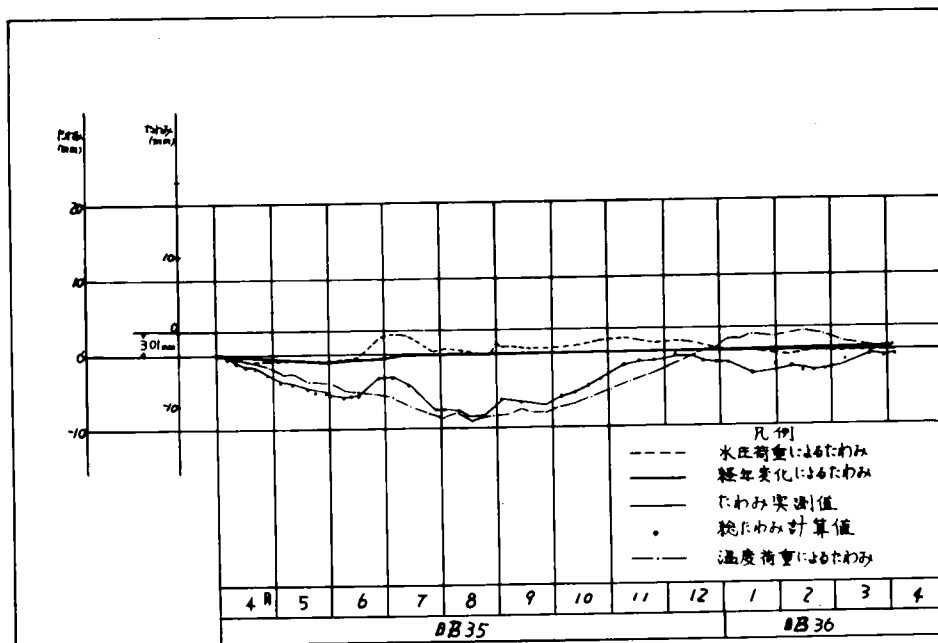


図 7.2.2 綾北ダムのクラウンの中間標高のたわみ δ_{273} の挙動



次に綾北ダムの中間標高のたわみ δ_{273} の同様解析の結果、次式

$$\begin{aligned} \hat{\delta}_{273} = & 8.71 - 0.2744(t_2 - 11.10) - 0.1921(t_3 - 11.87) - 1.390(\alpha_1 + 0.03) \\ & - 0.3789(\alpha_2 + 0.05) + 0.0005772(h - 225)^2 \\ & - 0.00004457(h - 225)^2(291.5 - h) - 2.441\varrho_n(1 + \theta) \\ & + 6.303\varrho_n\left(\frac{1 + \theta}{161}\right) - 3.277\varrho_n\left(\frac{1 + \theta}{201}\right) \quad (7.2.2) \end{aligned}$$

を得た。その回帰偏差の不偏分散の平方根は 0.1876 mm で、きわめて高い精度で δ_{273} の推定が可能である。 δ_{273} の総たわみの観測値と計算値、温度荷重と水圧荷重によるたわみ、流動変形は図 7.2.2 に示すとおりであり、とくに温度荷重によるたわみが δ_{298} に比して小さくなく、年間変化量は約 12 mm である。流動変形は僅かであるが上流向に生ず。

K において考察するように一般にアーチダムの外荷重に対する抵抗の構造形式は刻々に変動するものである。したがって長期間にわたるたわみの同時解析は無意味である。しかし回帰係数の経年変化を含む流動変形がどのように変動するかを推定するためには初年度の資料を多くとる長期間の同時解析は、有効な方法の 1 つと考えられる。

さてたん水を開始した昭和 35 年 4 月 2 日より昭和 40 年 3 月 30 日までの 136 組の資料に対して、たわみ δ_{298} の解析を行なってみよう。 θ の原点のとり方は前記と同様とし $\theta_1 = 0, 160, 200, 1065, 1469$ を与え、また水圧荷重によるたわみは (7.1.2) 式に従うものとし、35, 36, 37, 38, 39 年度の資料組数を 41, 32, 17, 13, 22 個とし、検定の結果次式

$$\begin{aligned} \hat{\delta}_{298} = & 22.20 + 0.6047(t_1 - 11.62) - 1.236(t_2 - 11.10) - 3.108(\alpha_1 + 0.03) \\ & - 4.268(\alpha_2 + 0.065) + 0.001036(h - 225)^2 - 5.986\varrho_n(1 + \theta) \\ & + 22.49\varrho_n\left(\frac{1 + \theta}{161}\right) - 15.87\varrho_n\left(\frac{1 + \theta}{201}\right) - 3.952\varrho_n\left(\frac{1 + \theta}{1066}\right) \quad (7.2.3) \end{aligned}$$

を得た。その回帰偏差の不偏分散の平方根は 1.06 mm であり、総たわみおよび分解された各荷重によるたわみは図 7.2.3 に示すとおりである。初期の流動変形の様相が図 7.2.1 と異なるのは水圧荷重によるたわみとして (7.1.2) 式を与えたためであり、水圧荷重による下流方向たわみが (7.2.1) 式より大きくなるのは、この中に流動変形の持分が含まれるためである。

たん水初期を除いて流動変形は大体定値をとる。したがって綾北ダムは 40 年度現在安定した挙動を繰り返しているものと考えられるであろう。しかし回帰偏差の不偏分散の平方根がたん水初期のその 2 倍以上になっている。K において流動変形の動き、あるいは回帰偏差の不偏分散よりダムの安全性の検討が行なわれる。

2.2 鳴子ダム ²⁴⁾

鳴子ダムにおいては、水圧荷重によるたわみを単に次式

$$\delta_h = c_1(h - h_0) + c_2(h - h_0)^2 - c_3(h - h_0)^3 \quad (7.2.4)$$

とし、たん水初期の入力データ組数を殊更に多くとることなく比較的容易にたん水初期の流動変形の検出が可能で、重回帰分析によらなくても、図上たわみの観測値の変動から、この流動変形を確認することができるであろう。

さて、流動変形が顕著と思われる時点として $\theta_c = 0, 50, 100, 365, 800, 1460$ (原点はたん水前100日)を選定し、昭和32年4月5日より昭和36年12月20日までの約4年9ヶ月にわたる120組の資料について解析し、有意となつた因子について、頂部標高および中間標高のたわみ $\hat{\delta}_{260}$, $\hat{\delta}_{215}$ の回帰式をつくつてみると

$$\begin{aligned}\hat{\delta}_{260} = & -25.196 - 0.8529(t_s - 6.144) - 11.194(\alpha_1 - 0.1267) \\ & - 1.148(\alpha_3 - 0.0562) + 0.7516(h - 179.6) - 0.0265(h - 179.6)^2 \\ & + 0.000267(h - 179.6)^3 + 12.569 \log(1 + \theta) - 12.857 \log\left(\frac{1 + \theta}{366}\right) \\ & - 3.1371 \log\left(\frac{1 + \theta}{1461}\right), \quad h > 225 \text{ m} \quad (7.2.5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\delta}_{215} = & -15.597 - 0.2514(t_s - 6.144) - 4.147(\alpha_1 - 0.1267) \\ & + 1.579(\alpha_2 - 0.107) + 0.4624(\alpha_3 - 0.0562) \\ & - 0.05567(h - 179.6) + 0.002577(h - 179.6)^2 + 7.764 \log(1 + \theta) \\ & - 6.338 \log\left(\frac{1 + \theta}{366}\right) - 14.216 \log\left(\frac{1 + \theta}{1461}\right), \quad h > 215 \text{ m} \quad (7.2.6)\end{aligned}$$

回帰偏差の不偏分散の平方根は $\hat{\delta}_{260}$ に対し 1.10 mm, $\hat{\delta}_{215}$ に対して 0.60 mm であつた。

総たわみおよび分解された各因子によるたわみは図 7.2.4, 図 7.2.5 に示すとおりであり $\hat{\delta}_{260}$, $\hat{\delta}_{215}$ の流動変形は昭和32年3月30日より9ヶ月の間にそれぞれ下流へ7 mm, 5 mm 程度進行している。その後は大体安定していると考えてさしつかえないであろう。

2.3 二瀬および室牧ダム⁷⁵⁾

二瀬および室牧ダムの水圧荷重によるたわみは単に(7.1.2)式に従うものとして解析した。したがつて2回以上水位が繰り返す上方水位変動によるたわみは検出されとしても、低い水位に対するたわみまたは初期流動変形の検出は不可能となる。

(1) 二瀬ダム

昭和35年11月16日以降昭和37年5月までの32組の資料に対して、流動変形の基準点とし $\theta_c = 0, 100, 110, 120, 130, 200, 300, 450$ を与え解析し、頂部たわみに関する次式

$$\begin{aligned}\hat{\delta} = & 22.478 - 1.53(t_s - 14.5) - 11.22(\alpha_1 + 0.2343) \\ & + 0.00172(h - 445)^2 - 80.38 \log(1 + \theta) + 4.337 \log\left(\frac{1 + \theta}{131}\right) \\ & + 5.120 \log\left(\frac{1 + \theta}{201}\right) \quad (7.2.7)\end{aligned}$$

を得た。その回帰偏差の不偏分散の平方根は 1.06 mm であり、各因子の持分は図 7.2.6 に図示されたとおりである。図より初期の3ヶ月間に約15 mm 上流に動き、以降15ヶ月間に6 mm 回復する流動変形が見られる。水圧荷重によるたわみを(7.1.2)式で与えるために、正確に初期流動変形の推定はできないがたん水後温度および水圧

図 7.2.3 綾北ダムのカラウン堤頂のたわみ δ_{298} の挙動

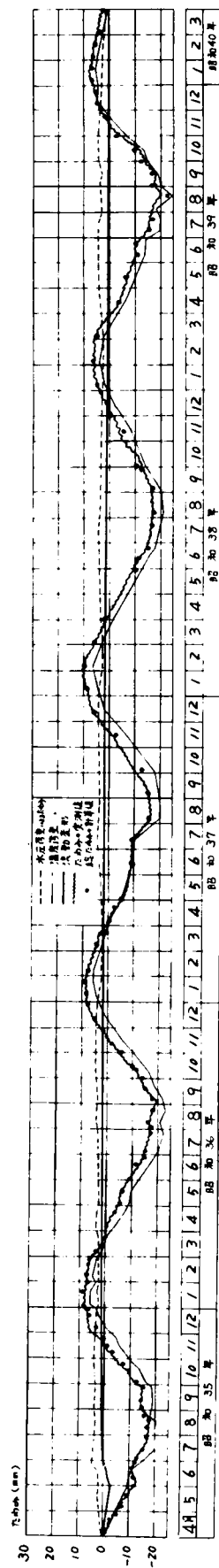


図 7.2.4 鳴子ダムのカラウン堤頂のたわみ δ_{260} の挙動

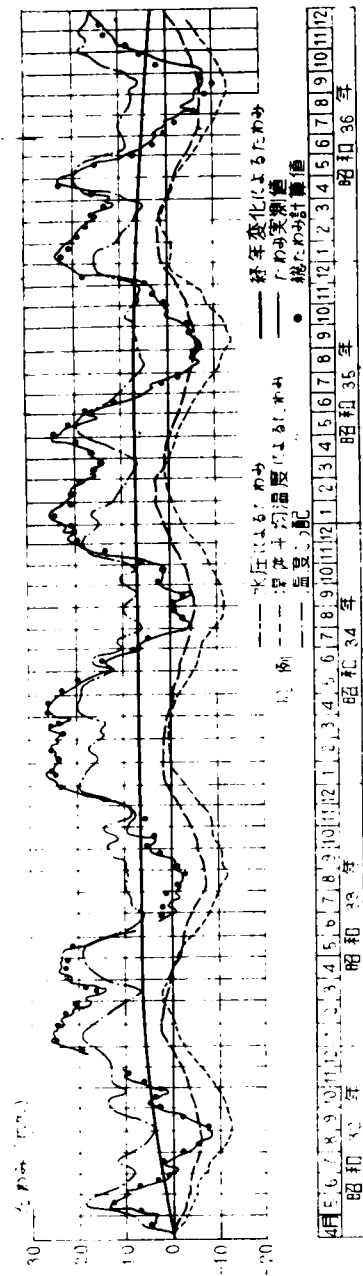


図 7.2.5 鳴子ダムのクラウンの中間標高におけるたわみ δ_{215} の挙動

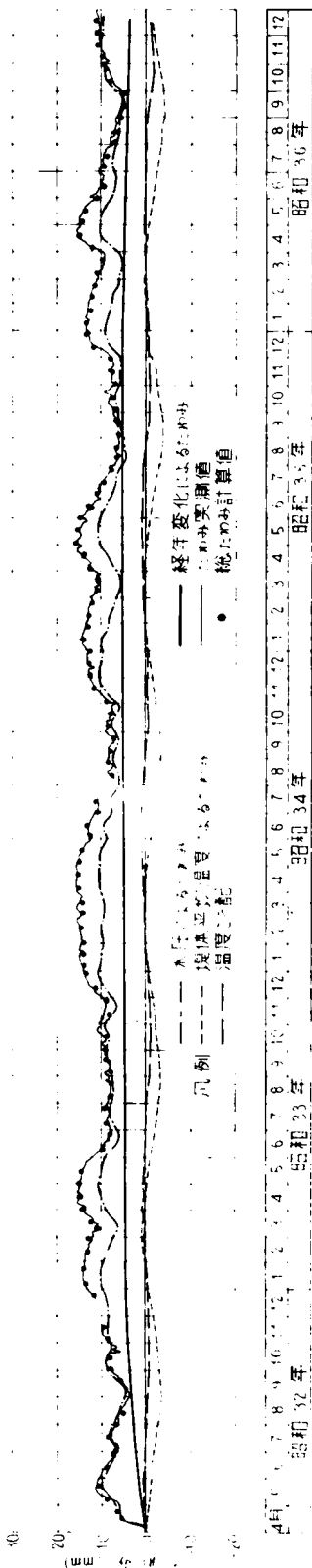


図 7.2.6 二瀬ダムのクラウン堤頂のたわみの挙動

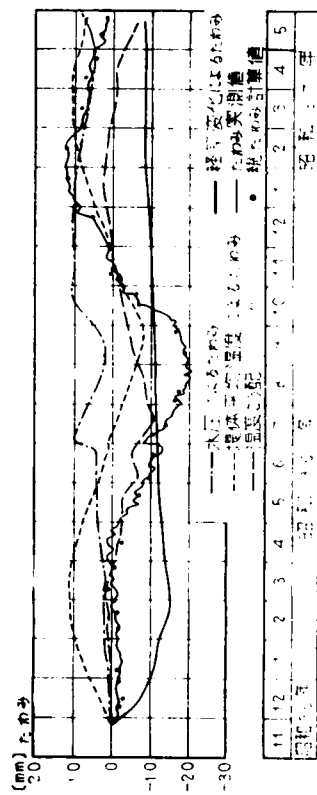
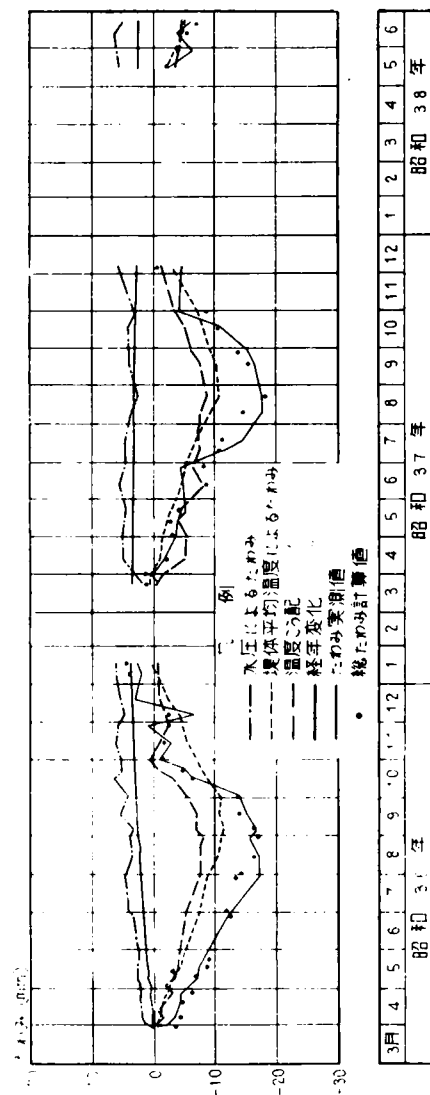


図 7.2.7 室牧ダムのクラウンの堤頂のたわみの挙動



荷重によるたわみは下流向であるにもかかわらず、たわみがほぼ定値をとることは明らかに上流向の流動変形の存在を示唆するものである。これは、下部に水圧荷重がかかった場合の下部の流動変形が上部より下流側に大きいため生ずるのであろう。

(2) 室牧ダム

昭和36年3月30日より38年6月までの70組の資料について、流動変形が顕著と思われる時点として $\theta_c = 0, 100, 200, 400, 700$ (たん水開始前100日を原点にとる)を選定し、堤頂のたわみ δ についての解析の結果、次式

$$\begin{aligned} \hat{\delta} = & -12.76 - 0.5706(t_s - 5.23) - 3.145(\alpha_2 + 0.518) \\ & + 0.00115(h - 185)^2 + 6.037 \log(1 + \theta) \\ & - 9.980 \log\left(\frac{1 + \theta}{401}\right) \end{aligned} \quad (7.2.8)$$

を得た。その回帰偏差の不偏分散の平方根は1.94mmであつた。

[3] 考 察

3.1 流動変形によるたわみ

- (1) アーチダムの非可逆的挙動を示す流動変形は一般にたん水初期に顕著であり数ヶ月で大体安定するようである。
- (2) 鳴子、綾北、室牧ダムでは、下流向流動変形がたん水開始後観察されるが、二瀬ダムでは上流向のかなり顕著な流動変形がみられる。これは中間水位がかなり長期間継続し、下部岩盤の流動変形が上部岩盤より大きかつたためと考えられる。
- (3) 二瀬、鳴子ダムでは図より容易に流動変形の存在を確認することができる。これは両ダムの基礎が軟弱で流動変形が顕著であることによるものと思われる。

二瀬ダムの流動変形の図上推定については既述のとおりである。鳴子ダムの流動変形は、水位、堤体平均温度、温度こう配のほぼ等しい昭和32年5月13日と昭和33年5月20日のたわみの値に約5mm⁷⁶⁾の差があること、精密三角測量の結果より検証することができる。

- (4) 流動変形が緩慢に生起するものと仮定し、たん水開始後1, 2ヶ月間の毎日の資料を入力として与えることによつて、たん水初期の流動変形をより正確に検出することができる。
- (5) 水圧荷重によるたわみ式として水深の2乗あるいは4乗式を仮定する場合は、流動変形の一部が実は水圧荷重によるたわみであることが考えられるから注意を要する。

3.2 水圧荷重によるたわみ

(1) 綾北ダム

綾北ダムの El.248.3 に対する El.273 および El.298 のクラウンの水圧荷重による相対たわみは、次式

$$\hat{\delta}_{h,298} = 0.0005928(h-225)^2 - 0.00004848(h-225)(291.5-h) \quad (7.3.1)$$

$$\hat{\delta}_{h,273} = 0.0005772(h-225)^2 - 0.00004457(h-225)(291.5-h) \quad (7.3.2)$$

のとおりであつた。上式を図示した図 7.3.1 において太い実線は、この水位たわみ曲線より得られた水位 E1.291 に対するクラウンのたわみ曲線で E1.248.3 以下は外挿による推定線であり、外挿線を求める方法については後述する。

水圧荷重によるたわみは、下部において急変し、上部での増減は緩慢である。(7.3.1), (7.3.2) 式で計算される綾北ダムの水圧荷重による相対たわみが非常に小さいのは主にこの理由による。

(2) 鳴子ダム

鳴子ダムの E1.179 に対する E1.260, E1.215 の水圧荷重による相対たわみは次式

$$\begin{aligned} \hat{\delta}_{h,260} = & 0.7516(h-179.6) - 0.0265(h-179.6)^2 \\ & + 0.000267(h-179.6)^3 \end{aligned} \quad (7.3.3)$$

ただし $h > 225 \text{ m}$

$$\hat{\delta}_{h,215} = -0.05567(h-179.6) + 0.002577(h-179.6)^2 \quad (7.3.4)$$

ただし $h > 215 \text{ m}$

である。各標高の水位たわみ曲線は図 7.3.2 に図示されるとおりであり、これより水位 E1.254, E1.230 のクラウンのたわみ曲線を推定することができる。この E1.254 のたわみ曲線より水位 E1.254 に対して、アーチ作用部分の頂部、E1.254 のたわみは約 17.5 mm であることがわかる。なお鳴子ダムに対して、上部たわみ曲線の変化率はかなり大きい。鳴子ダムの流動変形の推定はかなり正確なものであると考えられるから、水圧荷重によるたわみの推定もまた正確なものであろう。

(3) 二瀬ダム, 室牧ダム

二瀬ダムの水圧荷重によるクラウン頂部 E1.545 のたわみ

$$\delta_{h,545} = 0.00172(h-455)^2 \quad (7.3.5)$$

を図示した図 7.3.3 において矢印の E1.500 ~ E1.537 の区間において水位は 2 回以上繰り返し、この区間の水位の変動に対するたわみ 8.2 mm はかなり正確な値であるが、E1.500 の水位に対するたわみが、3.4 mm であると断定できない。何故ならこの中に流動変形の持分が若干含まれているかも知れないからである。

同様室牧ダムのクラウンの頂部 E1.260 のたわみ

$$\delta_{h,260} = 0.00115(h-185)^2 \quad (7.3.6)$$

を図示した図 7.3.3 より水位 E1.222 ~ E1.255 の変動に対するたわみ 4 mm は保障できるとしても、水位 E1.222 のたわみ 1.5 mm の中に、流動変形の持分が含まれているかも知れない。

図 7.3.1 綾北ダムクラウンのたわみ曲線および水位たわみ曲線

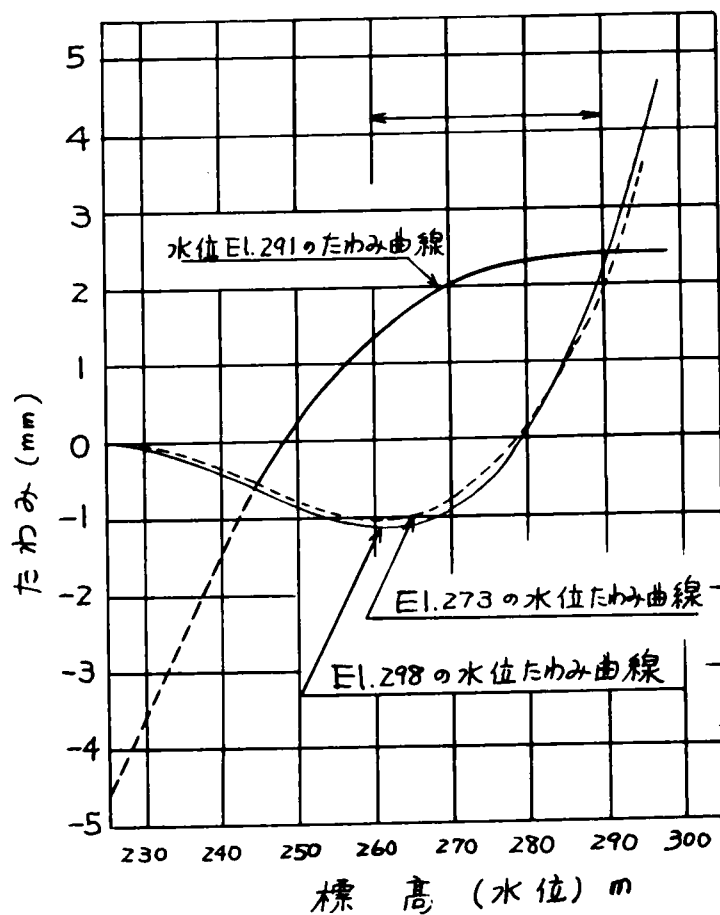


図 7.3.2 鳴子ダムクラウンのたわみ曲線および水位たわみ曲線

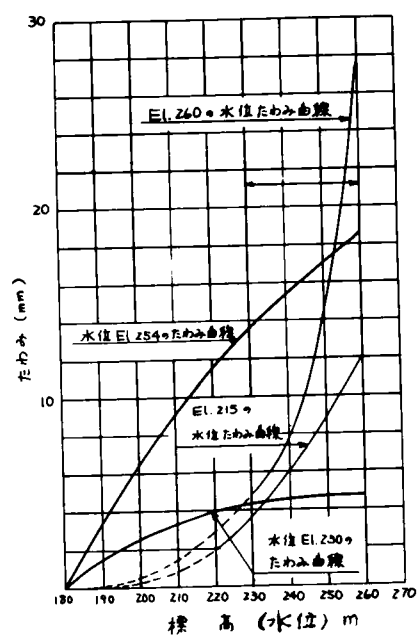
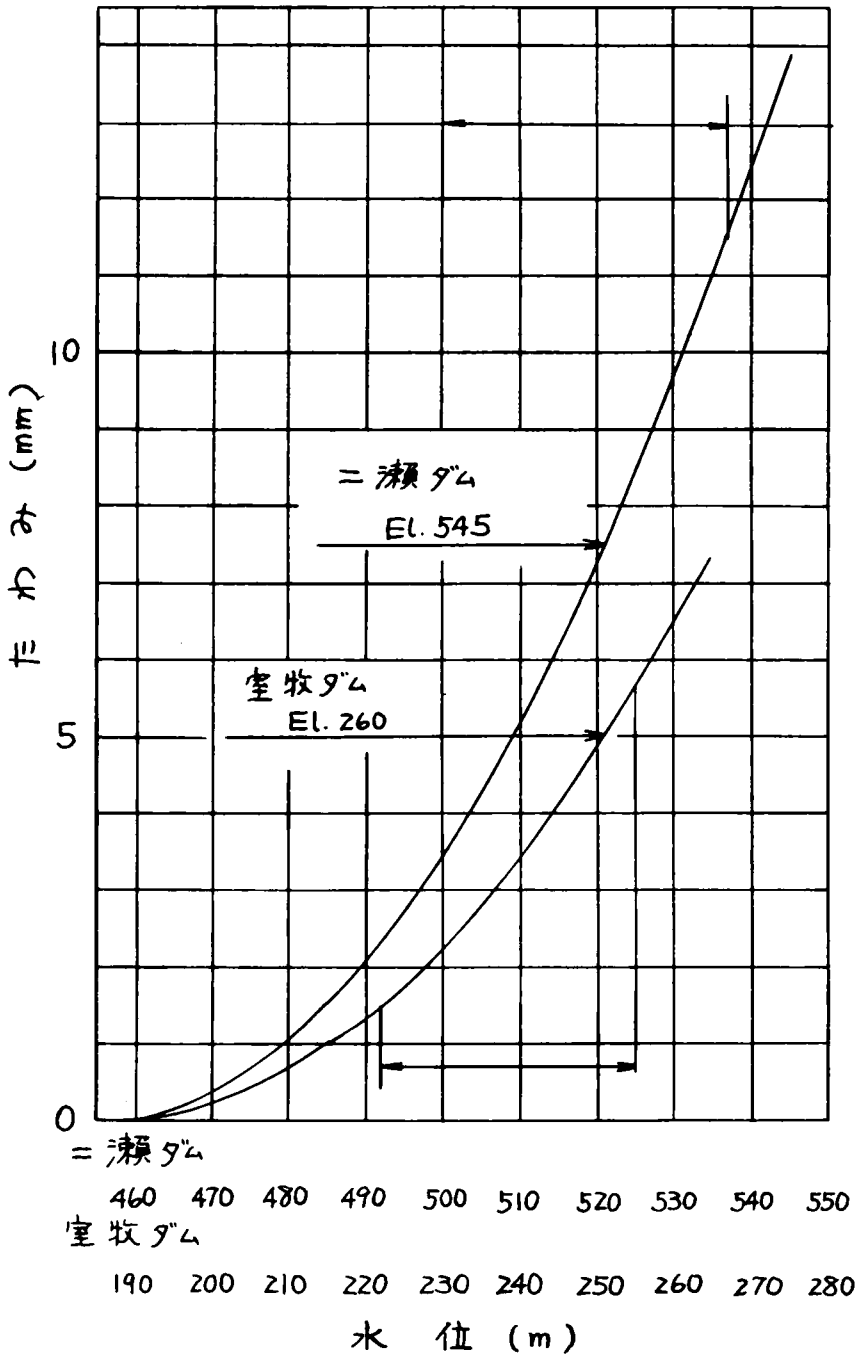


図 7.3.3 二瀬，室牧ダムのクラウンの水位たわみ曲線



したがって、ベースに対するアーチ作用部分の頂部における、水圧荷重によるたわみは正確にはわからないが、二瀬ダムでは $8.2 \text{ mm} + \alpha$ 、室牧ダムでは $4 \text{ mm} + \beta$ とすると α 、 β は正の小さい値をとることが考えられる。何故なら二瀬ダムでは基底厚の大きい厚肉ダムであり、室牧ダムでは基底厚の小さい薄肉アーチダムで下方水位による下部たわみの上方への伝達が小さいものと考えられるからである。

また、水圧荷重によるたわみの小さい二瀬、室牧ダムでは上部における水圧荷重によるたわみの変化率が小さいものと考えられる。すなわち堤頂のたわみとアーチ作用部分の頂部のたわみは近似的に等しいであろう。

以上の考察から $\alpha = 2 \text{ mm}$ 、 $\beta = 1 \text{ mm}$ と推定すれば、二瀬ダムのクラウンの E1.537 のたわみは 10.2 mm 、室牧ダムの E1.254.7 のたわみは 5 mm となる。

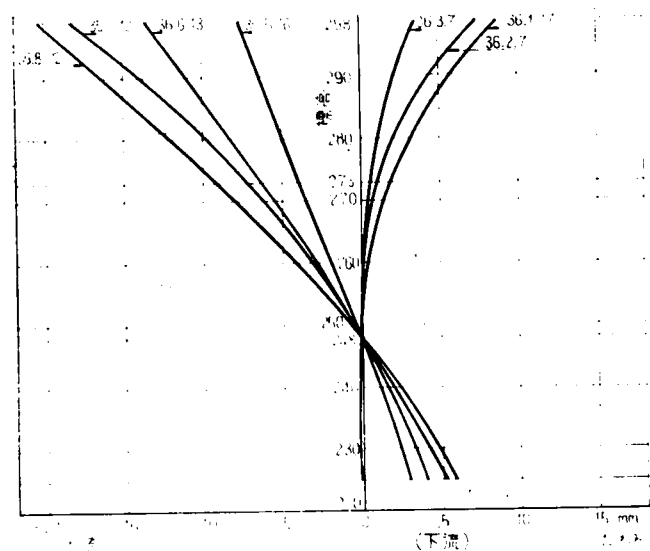
3.3 温度荷重によるたわみ^{7.7)}

堤体平均温度と温度こう配の間に高い相関があるため両因子によるたわみを完全に分離することは不可能であるので、両因子によるたわみの和について検討する。

(1) 綾北ダム

図 7.3.4 は綾北ダムのたん水開始のたわみを零とするたわみ曲線の変動を各時点における E1.273, E1.298 の温度荷重によるたわみより求めたものである。綾北ダムのたわみは E1.248 に対するものであるから、それ以下のたわみは外挿によつて推定する。この図から綾北ダムのト

図 7.3.4 綾北ダムの温度荷重によるたわみの変動



ップアーチクラウンの E1.225 に対する相対たわみの最大変化量は約 36 mm であることがわかる。

(2) 鳴子ダム

図 7.3.5 は鳴子ダムのたん水開始のたわみを零とするたわみ曲線の変動を各時点の E1.215, E1.260 の温度荷重によるたわみより求めたものである。この図から鳴子ダムのトップアーチクラウンのたわみの変化量は約 24 mm である。

(3) 二瀬、室牧ダム

二瀬ダムの温度荷重によるたわみの変化量

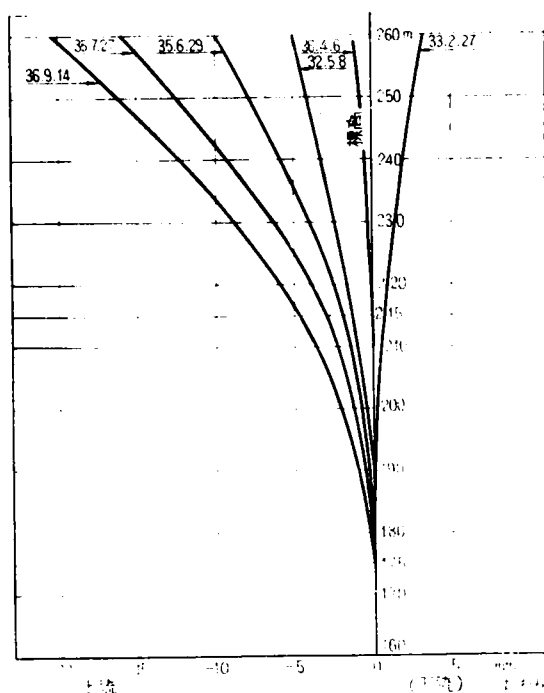


図 7.3.5 鳴子ダムの温度荷重によるたわみの変動

は約 23mm、室牧ダムのそれは約 20mm であった。

3.4 精密三角測量との比較

鴨子ダムの精密三角測量による変位の測定精度が、ブラムラインによるたわみの実測値との比較によりかなり高いものであり、また両者を比較することによつて、鴨子ダムの基礎岩盤の流動変形を推定できることについては、すでに検討が行われているので^{7.6)}説明を省略し、ここでは綾北ダムの精密三角測量の成果について検討を行なう。

(1) 綾北ダムの精密三角測量

綾北ダムの堤体には変位観測用の測点が 29 個とりつけられ、精密三角測量によつてこの水平変位および鉛直変位が測定される。アーチダムの下流 7ヶ所の基準点によつて三角網を構成し、この基準点よりウィルド T₃ 経緯儀をもつて測点を観測する。

測量は宮崎県企業局より国土地理院に依頼し、昭和 35 年より 38 年まで観測精度 1mm を目途に 5 回の観測を行なつてゐる。すなわち

第 1 回 (昭和 35 年 1 月 26 日～2 月 9 日)

第 2 回 (昭和 35 年 7 月 6 日～7 月 20 日)

第 3 回 (昭和 36 年 1 月 10 日～1 月 24 日)

第 4 回 (昭和 37 年 1 月 17 日～1 月 31 日)

第 5 回 (昭和 38 年 1 月 22 日～2 月 10 日)

クラウンの E1.290, 275, 260, 245 における測点 A₆, B₅, C₄, D₃ の第 1 回測定期日からの変位を、半径方向変位に換算し、表 7.3.1 にとりまとめた。

表 7.3.1 綾北ダムクラウンの半径方向変位 (精密三角測量)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	35.1/26～ 2/9	35.7/6～ 7/20	36.1/17～ 1/31	37.1/17～ 1/31	38.1/22～ 2/10
A ₆ E1.290	0	-16.8mm	3.4mm	3.9mm	8.0mm
B ₅ E1.275	0	-9.1	1.6	2.6	5.8
C ₄ E1.260	0	-5.5	2.5	2.6	5.8
D ₃ E1.245	0	-2.4	1.2	3.5	4.5

この精密三角測量による変位とブラムラインによるたわみを比較検討してみよう。精密三角測量は約 2 週間にわたり行なわれ、その間に温度および水位の条件は刻々に変動するので、その中間時点を三角測量測定期日と考える。すなわち第 2 回測定期日を昭和 35 年 7 月 13 日とし、この時点における三角測量による変位とブラムラインによるたわみを図 7.3.6 に図示した。

三角測量の基準となる第 1 回測定期日昭和 35 年 2 月 1 日よりたん水を開始する昭和 35 年 4 月 2 日まで、アーチダムは上流方向に変位する。その変位量は昭和 36 年における同上期間の温度荷重によるたわみ量に等しいものとしてこのたわみ量を加算した換算たわみを、同じく図 7.3.6 に画いた。ブラムラインによるたわみは E1.248.3 に対する相対たわみであるから、この換算たわみ曲線を平行移動させれば、三角測量

による変位と重ね合わせることができる筈で、事実そうなることから三角測量の精度がきわめて高いものと判断されるであろう。

なお、三角測量の下方外挿線が基底と交わる点が近似的に零であることは、初期の基底基礎岩盤の流動変形が小さいことを意味する。

また、第3, 4, 5回観測において $EL.275$ と $EL.260$ の変位量が何れも大体等しいことは、この間において下部の下流方向の流動変形の存在を示唆するもので、このことについてはKで考察を進める。

(2) 綾北ダムの水圧荷重によるベースに対するたわみの推定

綾北ダムではブラムラインによつて $EL.248.3$ に対する相対たわみしか観測されない。ベースに対するたわみの図 7.3.1 の外挿線による推定はきわめて不正確なものである。

綾北ダムの三角測量の精度はかなり高いものであることは既述のとおりで、図 7.3.6 によつて綾北ダムの絶対変位が負、すなわち上流方向であることは、綾北ダムの水圧荷重による変位が温度荷重のそれに比し、非常に小さいものであることを暗示する。また表 7.3.1 において第1, 3, 4, 5回測定の日は何れも1月下旬であり、温度条件は大体同じであるが、第1回測定期日においては水圧荷重は作用しないから、もし水圧荷重による変位が大きいものであるなら、第3, 4, 5回における下流方向変位量はずっと大きくなつても良さそうなものである。

図 7.3.1 の外挿によるたわみの推定は不正確であるが、総たわみ量および温度荷重によるベースに対するたわみの外挿による推定は両たわみ曲線が図 7.3.7 に見られるように上に凸であるためかなり正確なものと考えられる。

図 7.3.7 において細い実線は昭和35年7月4日におけるブラムラインによる総たわみ曲線で、点線は解析によつて得られた温度荷重によるたわみと流動変形の和であり、何れも外挿によつて $EL.248.3$ 以下のたわみ曲線を推定し、平行移動によつてベースに対する曲線を求めている。さて

水圧荷重による総たわみ

$$= \text{総たわみ} - (\text{温度荷重によるたわみ} + \text{流動変形})$$

であるから、図の実線で示される昭和35年7月4日の水位 $EL.291.5$ に対する水圧荷重によるベースからのたわみ曲線を求めることができるのである。

かくして水位 $EL.291$ に対してアーチ作用部分頂部標高 $EL.291$ のたわみは約 7 mm と推定され、温度荷重によるたわみに比してきわめて小さいことがわかる。

3.5 無次元解析法によるたわみ計算値との比較

(1) 水圧荷重に対して

綾北、室牧、二瀬、鳴子ダムのクラウン頂部の水圧荷重および温度荷重によるベースに対するたわみの推定値はかくして表 7.3.2 のとおりとなる。これは室牧ダムを除いてベースに対する相対たわみであり（室牧ダムは視準測量のため絶対変位に近い値である）これを絶対変位に換算するためには、クラウンのベース自身の変位量を想定し、これを加算しなければならない。水圧荷重による基礎岩盤の変位は非常に小さいものでこれを約 2 mm と仮定し、水圧荷重によるクラウン頂部のたわみを綾北 9 mm , 室牧 5 mm ,

図 7.3.6 綾北ダムクラウンの変位

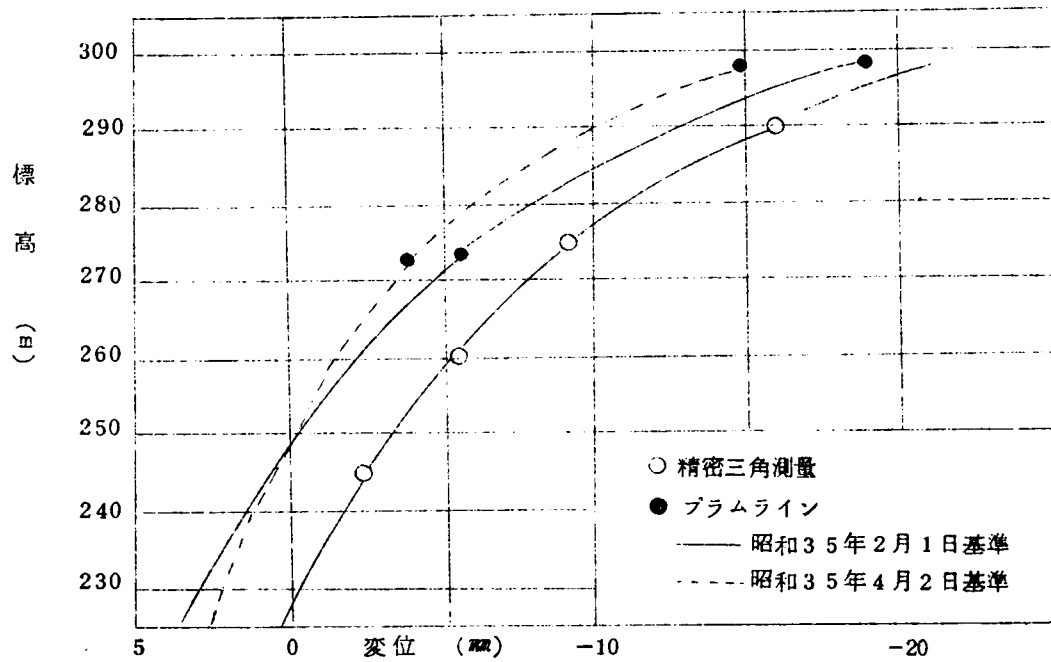


図 7.3.7 綾北ダムの水圧荷重によるたわみの推定

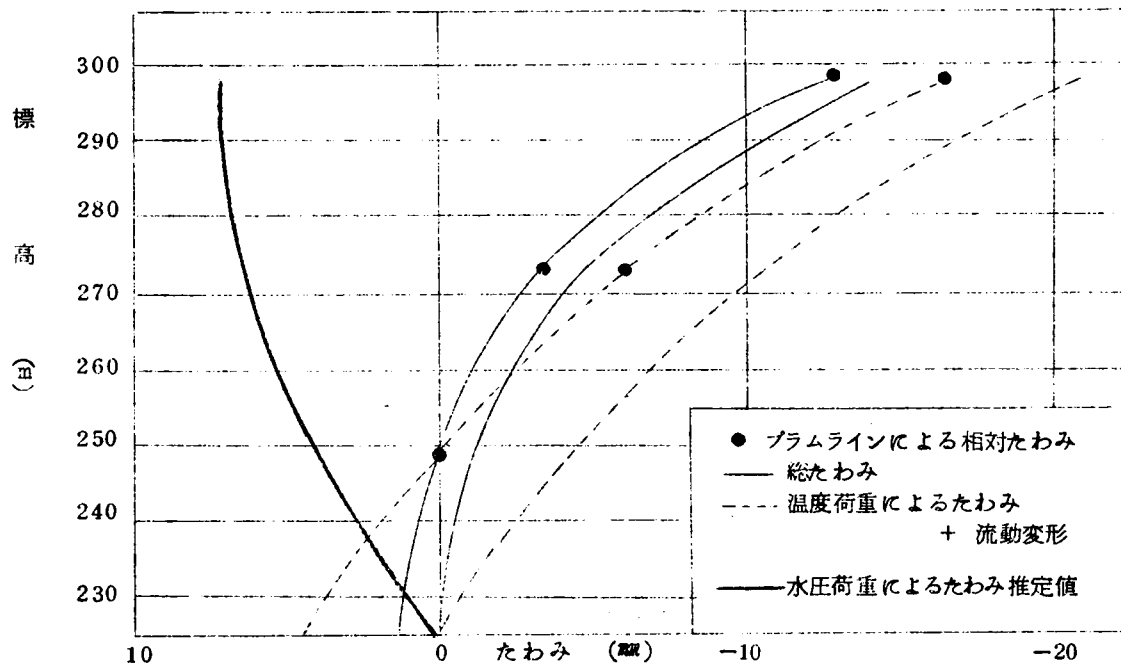


表 7.3.2 水圧荷重、温度荷重によるクラウン頂部のたわみ

	水圧荷重	温度荷重
綾北ダム	7 mm	3.6 mm
室牧ダム	5	2.0
二瀬ダム	10.2	2.3
鳴子ダム	17.5	2.4

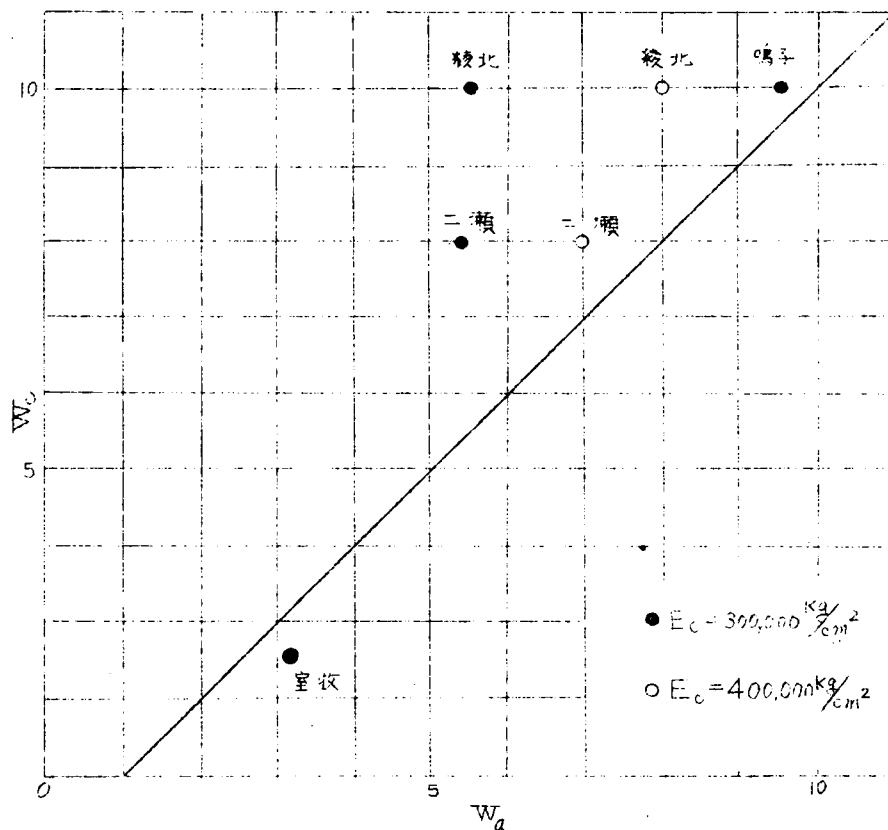
表 7.3.3 綾北、室牧、鳴子、二瀬ダムのアーチ剛度 $\frac{T_o}{r_o}$ および片持ばり剛度 $\frac{T_b}{H_o}$

	$\frac{T_o}{r_o}$	$\frac{T_b}{H_o}$
綾北ダム	0.133	0.190
室牧ダム	0.163	0.110
二瀬ダム	0.217	0.488
鳴子ダム	0.147	0.295

二瀬 12 mm, 鳴子 20 mm として、実測解析より得られたたわみの無次元量 W_a を求める。ただし $E_c = 300,000 \text{ Kg/cm}^2$ とし、ダム高 H_0 として表 5.1 のアーチ作用部分の高さ H' を使用した。

無次元解析法によるたわみの計算無次元量 W_c (以下単に W_c を計算無次元たわみ, W_a を実測無次元たわみと言う) は綾北、室牧、二瀬、鳴子ダムのアーチ、片持ばり剛度が表 7.3.3 のとおりであるから、図 4.5.6 および図 4.5.7 より直ちに求めることができる。 W_a と W_c の関係は図 7.3.8 に図示されるとおりで、もし両値とも正しい推定値であれば、図の実線上に点がプロットされなければならない。

図 7.3.8 計算無次元たわみ W_c と実測無次元たわみ W_a との関係



綾北および二瀬ダムの実測無次元たわみ W_a は計算無次元たわみ W_c より小さい。しかし両ダムの $E_c = 400,000 \text{ Kg/cm}^2$ とすれば、図 7.3.8 の白丸のとおりとなり、実線に近づく。

このように W_c と W_a が完全に一致しない理由として次の事項が考えられる。

W_a の推定に対して

- ① コンクリートの弾性係数 E_c の正確な値が不明である。
- ② プラムラインによつてベースに対する相対たわみが観測されるものであり、水圧荷重による基礎岩盤変位を含む絶対変位の推定に誤差がはいる。
- ③ とくに、室牧、二瀬ダムでは流動変形と水圧荷重との分離が不十分である。
- ④ アーチ作用部分における頂部のたわみ換算が不正確である。

W_c の推定について

- ① W_c はクラウンカンティレバー法によつて得られた、たわみ無次元量の近似値である。
- ② 鉛直水圧荷重、揚圧力等の影響を考慮しない。
- ③ コンクリート基礎岩盤の弾性係数の比を、上部で 2.5 , 下部で 8 と仮定した。
たわみに関して E_c/E_r の影響がかなり顕著である。^{7,8)}
- ④ クレスト厚とダム高の比を一定とした。
- ⑤ 周辺サドルの影響を考慮しない。
- ⑥ 片持ばり要素、アーチ要素にクラックがはいる。

なお $E_c = 300,000 \text{ Kg/cm}^2$ としたときの綾北ダムの実測たわみ W_a が小さい理由として、 E_c の過小評価、片持ばり要素にクラックがはいり 下方たわみの上方への伝達が不十分、周辺にサドルがはいり、また基礎岩盤の弾性係数が 予想以上に良好なことなどが考えられる。

二瀬ダムでは主に流動変形と水圧荷重による分離が不十分であることに帰因するものと思われる。

以上の考察により図 4.5.6 および図 4.5.7 より得られた W_c に対してクラウン頂部のたわみは、次の近似式

$$\delta_h = (0.00022 \sim 0.00035) W_c H_0^2 \quad (7.3.7)$$

ただし $E_c = 300,000 \sim 400,000 \text{ Kg/cm}^2$

によつて推定されるであろう。ここに H_0 の単位は m、 δ_h の単位は mm である。

コンクリートの弾性係数 E_c の大きい場合はその下限値をとる方がよいものと思われる。

(2) 温度荷重に対して

表 7.3.2 の温度荷重によるたわみを δ_{ta} とする。次に図 4.5.19 , 図 4.5.20 における堤体平均温度によるたわみの無次元量 $W_{\Delta t}$ および図 4.5.34 , 図 4.5.35 における温度こう配による無次元量 W_α を 4 ダムについて求める。ここに

$$W_{\Delta t} = \frac{\delta_{\Delta t}}{100 C_t} , \quad W_\alpha = \frac{\delta_\alpha}{16 C_t H_0} \quad (7.3.8)$$

上式によつて、堤体平均温度および温度こう配による年間のたわみの変化量を求めることができるが、図 7.1.1 , 2 , 3 , 4 より考察されるように、両温度荷重の間に約 1 ヶ月の位相差が存在し、また温度こう配によるたわみ量は満水時に対する値で、最高、最低堤体平均温度時に必ずしも満水位でないことから、上式によつて計算された各温度荷重によるたわみの和は、 δ_{ta} より大きい値をとる筈である。

また図 3.3.5 に示される堤厚と堤体平均温度の年間の変化量との関係式は鳴子ダムでは少し大きすぎるようであり、厚肉アーチダムでは W_α 式分母の係数として 16 よりむしろ 14 をとる方が妥当であると考えられる。

このような考察から年間の温度変化に対するたわみが次式

$$\delta_{tc} = (0.8 \sim 1.0) W_{\Delta t} + (0.14 \sim 0.16) H_0 W_\alpha \quad (7.3.9)$$

で推定できるものとする。ここに H_0 の単位は m、 δ_{tc} の単位は mm である。

鳴子ダムでは上式第 1 項の下限を、その他のダムでは第 1 項上限をとり、温度荷重によるたわみの計算変化量 δ_{tc} を推定すれば表 7.3.4 のとおりとなる。

	綾北ダム	室牧ダム	二瀬ダム	鳴子ダム
$W_{\Delta t}$	27	19	11	
$0.8 W_{\Delta t}$				16
$\delta_{\Delta t}$	27 mm	19 mm	11 mm	16 mm
W_x	0.75	0.3	0.85	0.8
H_0	66 m	70 m	82 m	79 m
$0.14 H_0 W_x$			10	9
$0.16 H_0 W_x$	8	3		
δ_x	8 mm	3 mm	10 mm	9 mm
$\delta_{tc} (= \delta_{\Delta t} + \delta_x)$	35 mm	22 mm	21 mm	25 mm
δ_{ta}	36 mm	20 mm	23 mm	24 mm

表 7.3.4 堤体平均温度と温度こう配によるたわみの無次元量より計算された温度荷重によるたわみの年間変化量

表 7.3.4 において計算によるたわみ δ_{tc} と、実測解析によつて得られたたわみ δ_{ta} とを比較すればわかるように (7.3.9) 式は温度荷重によるたわみ概算式として適切であるように思われる。

Ⅵ ひずみの解析

〔1〕概 説

アーチダムの堤体に生ずるひずみの解析もまた、たわみの解析と同様の手法すなわち水圧、温度荷重との回帰式を解くことによつて実行可能である。

しかしながら、コンクリート内部に生ずるひずみは上記2因子以外に、種々の局部的諸因子の影響を受け、きわめて複雑な様相を呈するのでブラムラインによるたわみ解析のように高い精度で解析することは困難である。

ひずみ解析の精度の低下の原因の一つとして、ひずみ計自身、ブラムラインのように高い精度が期待できないことが考えられるが、ひずみの補正計算によつて得られた換算ひずみ（弾性係数を乗ずることによつて直ちに応力が得られるひずみ）の値もまた、ダムの継目の影響、コンクリート、基礎岩盤の異方性、非均質性、クリープ、塑性変形、クラックの影響、間隙水圧、応力集中、基礎接触面における拘束応力、曲がりばりのための平面保持の法則が適用できないことなどのため、荷重分割計算や模型実験による推定値とは異なつたものであるとされている。^{8.1), 8.2)}

とくにコンクリート打設当初において、コンクリートの自己成長、^{8.3)} 流動変形等のため、厳密な解析はほとんど不可能で、ここでは複雑な履歴をもつた水開始前の解析を避け、コンクリートの性質が比較的安定するたん開始以降に解析の範囲を限定し、解析の手法の確立を目的とし、ひずみの挙動特性を追求するに止める。

アーチダムの堤体には、3, 5, 9成分のひずみ計が計測されるようにスパイダーの先端にひずみ計がとりつけられており、いわゆる体積膨脹補正と、主応力、せん断力の計算を可能にしている。^{8.4)} ダム表面近くには、その一つ E_1 がダム面に垂直となるように5成分ひずみ計（ E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 ）が埋設されている。

このダム面に垂直に埋設されたひずみ計のひずみによつて、コンクリートの膨脹係数、ポアソン比、弾性係数を推定し、しかる後、体積膨脹補正、ポアソン比の補正、温度補正を行い、補正ひずみを計算する。

Ⅲに既述のように、補正ひずみの中には自己こう束応力によるひずみが含まれるから、補正ひずみに弾性係数を乗じて求められる応力からは自己こう束応力を（3.3.27）式に従い取り除かなければ、真の応力の推定ができない。

図 8.1.1 は5成分のひずみ計の各ひずみ計の方向を示すもので、 E_2 はアーチ方向、 E_4 は片持ばり方向ひずみを計測するひずみ計である。本章ではひずみ計を E 、ひずみを ε の記号で表わす。また引張応力によるひずみを正とする。

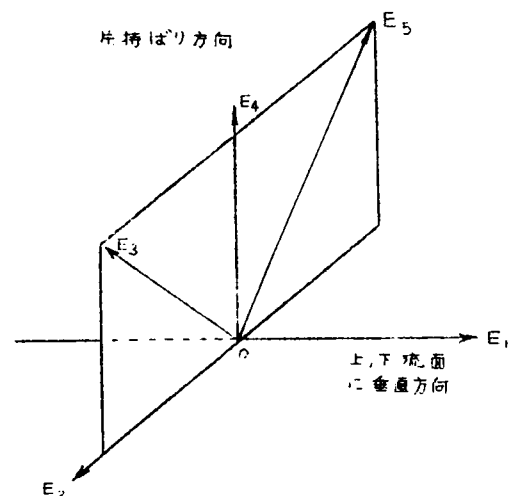


図 8.1.1 5成分ひずみ計

〔2〕 ひずみの補正計算

2.1 ひずみの補正計算

電気抵抗式ひずみ計は、ひずみが電気抵抗比に比例する性質を応用したものであるが、コンクリートとひずみ計の膨脹係数の相違のための補正計算が、抵抗比よりひずみを算定する過程で行われる。かくして求められたひずみを測定ひずみ ε_i とする。

図 3.3.3 で考察したように、等値直線温度に基づくコンクリートの膨脹ひずみは、両端で拘束がなければ何ら応力に関係しない。コンクリートの膨脹係数を α_t 、ひずみ計埋設点の等値直線温度を t とすれば、温度膨脹補正を行なつたひずみ ε'_i は

$$\varepsilon'_i = \varepsilon_i - \alpha_t t \quad (8.2.1)$$

ここに $i = 1, 2, \dots, 5$ である。なおたん水開始よりのひずみ、温度上昇量、温度補正ひずみを $\Delta\varepsilon_i$, Δt , $\Delta\varepsilon'_i$ とすれば、

$$\Delta\varepsilon'_i = \Delta\varepsilon_i - \alpha_t \Delta t \quad (8.2.2)$$

である。

さて、弾性理論によれば、体積膨脹ひずみ

$$\Delta V = \Delta\varepsilon'_1 + \Delta\varepsilon'_2 + \Delta\varepsilon'_4 = \Delta\varepsilon'_1 + \Delta\varepsilon'_3 + \Delta\varepsilon'_5$$

であるから

$$\Delta\varepsilon'_2 + \Delta\varepsilon'_4 = \Delta\varepsilon'_3 + \Delta\varepsilon'_5 \quad (8.2.3)$$

したがつてその差

$$\zeta = (\Delta\varepsilon'_2 + \Delta\varepsilon'_4) - (\Delta\varepsilon'_3 + \Delta\varepsilon'_5) \quad (8.2.4)$$

が温度補正ひずみ $\Delta\varepsilon'_1$, $\Delta\varepsilon'_2$, \dots , $\Delta\varepsilon'_5$ に比して小さいほど観測の精度は良好である。この誤差 ζ は、次のように体積膨脹補正を行い各方向ひずみに配分する。

$$\zeta_{2.4} = \frac{1}{2} (\Delta\varepsilon'_2 + \Delta\varepsilon'_3 + \Delta\varepsilon'_4 + \Delta\varepsilon'_5) - (\Delta\varepsilon'_2 + \Delta\varepsilon'_4) \quad (8.2.5)$$

$$\zeta_{3.5} = \frac{1}{2} (\Delta\varepsilon'_2 + \Delta\varepsilon'_3 + \Delta\varepsilon'_4 + \Delta\varepsilon'_5) - (\Delta\varepsilon'_3 + \Delta\varepsilon'_5) \quad (8.2.6)$$

$$\zeta_2 = \zeta_4 = \frac{1}{2} \zeta_{2.4} \quad (8.2.7)$$

$$\zeta_3 = \zeta_5 = \frac{1}{2} \zeta_{3.5} \quad (8.2.8)$$

かくして、温度膨脹および体積膨脹補正の行われたひずみ ε''_i は $i = 2, 3, 4, 5$ に対して

$$\varepsilon''_i = \Delta\varepsilon'_i + \zeta_i, \quad \varepsilon''_1 = \Delta\varepsilon'_1 \quad (8.2.9)$$

である。したがつて次式によつてポアソン比の補正を行えば、コンクリートの弾性係数を乗ずることによつて、直ちに応力が求められる補正ひずみ ε'''_i が得られるであろう。すなわちコンクリートのポアソン比を ν とするとき

$$\varepsilon'''_1 = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu) \varepsilon''_1 + \nu (\varepsilon''_2 + \varepsilon''_4) \} \quad (8.2.10)$$

$$\varepsilon'''_2 = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu) \varepsilon''_2 + \nu (\varepsilon''_4 + \varepsilon''_1) \} \quad (8.2.11)$$

$$\varepsilon'''_4 = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu) \varepsilon''_4 + \nu (\varepsilon''_1 + \varepsilon''_2) \} \quad (8.2.12)$$

9 成分の場合も同様、補正ひずみを求めることができる。^{8.5)}

2.2 温度膨脹係数、ポアソン比、弾性係数の算定

補正ひずみを求めるためには、適正な温度膨脹係数 α_t 、およびポアソン比 ν を推定しなければならない。

従来、温度膨脹係数 α_t は無応力ひずみ計のひずみの挙動から推定し、ポアソン比 ν は無応力ひずみ計により得られた α_t を使用し、下流面に垂直に埋設されたひずみ計によるひずみの値を零とするように算定する方法、あるいは実験室において求める方法がとられている。^{8.6)}

たとえば綾北ダムの場合、275に埋設された無応力ひずみ計のひずみは、図8.2.1のように変動する。計器を埋設した昭和34年4月25日より同年9月17日までは温度膨脹と自己成長によるひずみであるが、自己成長が停止してからの変動図のこう配から $\alpha_t \approx 10$ であることが推察される。

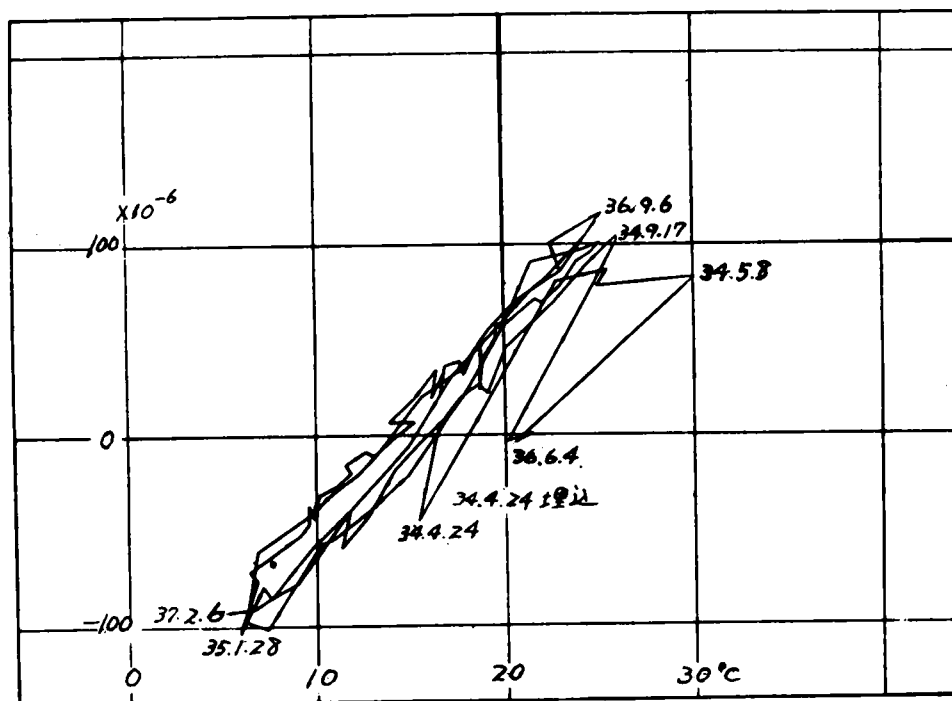


図 8.2.1 綾北ダムの無応力ひずみ計の挙動 (計器 275)

しかしながら、コンクリートの性質は均質なものではなく、コンクリートの α_t 、 ν は場所により異なる。

とくにアーチダムの上部断面のひずみは温度の影響を顕著に受けるため、 α_t の値の僅かの差によつて、補正ひずみの値が大きく変わるから、より適切な α_t および ν の算定が望まれる。

ここでは5成分ひずみ計において、ダム面に垂直にダム面の近傍に埋設されたひずみ計 ϵ_1 の補正ひずみが、下流面に対して近似的に零、上流面に対しては、水圧荷重のみの影響を受ける性質を利用して、これに最小二乗法を適用し、コンクリートの α_t 、 ν および弾性係数 E_c を推定する方法を提案する。

さて(8.2.10)式において、補正ひずみ ϵ_1' はまた次式

$$\varepsilon_1'' = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu)\Delta\varepsilon_1' + \frac{\nu}{2}(\Delta\varepsilon_2' + \Delta\varepsilon_3' + \Delta\varepsilon_4' + \Delta\varepsilon_5') \right\}$$

のとおり表わすことができる。上式に(8.2.2)式を代入しかつ

$$E \equiv \frac{1}{2}(\Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_3 + \Delta\varepsilon_4 + \Delta\varepsilon_5) - \Delta\varepsilon_1 \quad (8.2.13)$$

とすれば

$$\varepsilon_1'' = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \theta_1 \quad (8.2.14)$$

ただし

$$\theta_1 = \Delta\varepsilon_1 + \nu E - (1+\nu)c_t \Delta t \quad (8.2.15)$$

である。さてここで ε_1'' したがって θ_1 を近似的に零とする条件あるいは

$$\sum \theta_1^2 \rightarrow \text{最小} \quad (8.2.16)$$

とする c_t を与えられた ν に対する最適温度膨脹係数とすれば、最小二乗法により

$$\frac{\partial (\sum \theta_1^2)}{\partial c_t} = 2 \sum \theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial c_t} = 0 \quad (8.2.17)$$

$$\therefore c_t = \frac{\sum \Delta\varepsilon_1 \Delta t + \nu \sum E \Delta t}{(1+\nu) \sum \Delta t^2} \quad (8.2.18)$$

を得ることができる。 c_t および ν の両値に対して(8.2.16)式を満足するように最小二乗法によつて c_t および ν を求めることも可能であるが説明を省略する。

(8.2.18)式は下流面の温度膨脹係数算定法であるが、上流面の ε_1'' は同時に水圧荷重の影響を受け変動する。

すなわち

$$\varepsilon_1'' = b_h (h - h_c) \quad (8.2.19)$$

ここに $h < h_c$ のとき $h - h_c = 0$ とする。 h は水位、 h_c は計器埋設点の標高、 b_h は、未知の係数である。

(8.2.14)、(8.2.15)、(8.2.19)式より観測偏差 θ に対して次の線型回帰模型が成立するであろう。すなわち

$$\frac{\Delta\varepsilon_1 + \nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} = c_t \frac{\Delta t}{1-2\nu} + b_h (h - h_c) + \theta \quad (8.2.20)$$

上式の未知量 c_t および b_h の不偏推定値およびその有意性は、重回帰における有意性検定法によつて求めることができる。なお、コンクリートの弾性係数は b_h より次のように誘導されるであろう。すなわち水の単位体積重量を W とし、引張応力によるひずみを正にとるとき

$$\varepsilon_1 = - \frac{W(h - h_c)}{E_c} \quad (8.2.21)$$

であるから(8.2.19)、(8.2.21)式から

$$E_c = - \frac{W}{b_h} \quad (8.2.22)$$

を得る。

原理的には、(8.2.18)、(8.2.20)式は正しいが、観測偏差が大きい場合には、むしろ常数項 c を考え次式

$$\frac{\Delta \varepsilon_1 + \nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} = c + c_t \frac{\Delta t}{1-2\nu} + e \quad (8.2.23)$$

あるいは

$$\frac{\Delta \varepsilon_1 + \nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} = c + c_t \frac{\Delta t}{1-2\nu} + b_h (h - h_c) + e \quad (8.2.24)$$

によつて \hat{c}_t , \hat{b}_h を求める方がよいものと思われる。(8.2.23)式は上流面,

(8.2.24)は下流面における線型回帰模型で、

$$Y = \frac{\Delta \varepsilon_1 + \nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (8.2.25)$$

$$X_1 = \frac{\Delta t}{1-2\nu} \quad (8.2.26)$$

$$X_2 = (h - h_c) \quad (8.2.27)$$

とすれば

次の連立方程式の根が(8.2.24)式の解となる。すなわち

$$\begin{bmatrix} N & \sum X_1 & \sum X_2 \\ * & \sum X_1^2 & \sum X_1 X_2 \\ * & * & \sum X_2^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{c} \\ \hat{c}_t \\ \hat{b}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum X_1 Y \\ \sum X_2 Y \end{bmatrix} \quad (8.2.28)$$

ここに*は対称行列の各要素を意味する。

2.3 適用例

綾北ダムクラウンのE 6.275の下流面より1m(堤厚6.103m)の点に埋設されたひずみ計E-22の c_t の値を $\nu=0.2$ とし、(8.2.18)式より算定したところ 11.83×10^{-6} を得た。^{8.7)} 図8.2.2はE-22の ε_{22-i}'' ($i=1, 2, 4$)の挙動を示したものであるが、 ε_{22-1}'' の値はきわめて小さく、解析の精度が良好であることを示唆する。

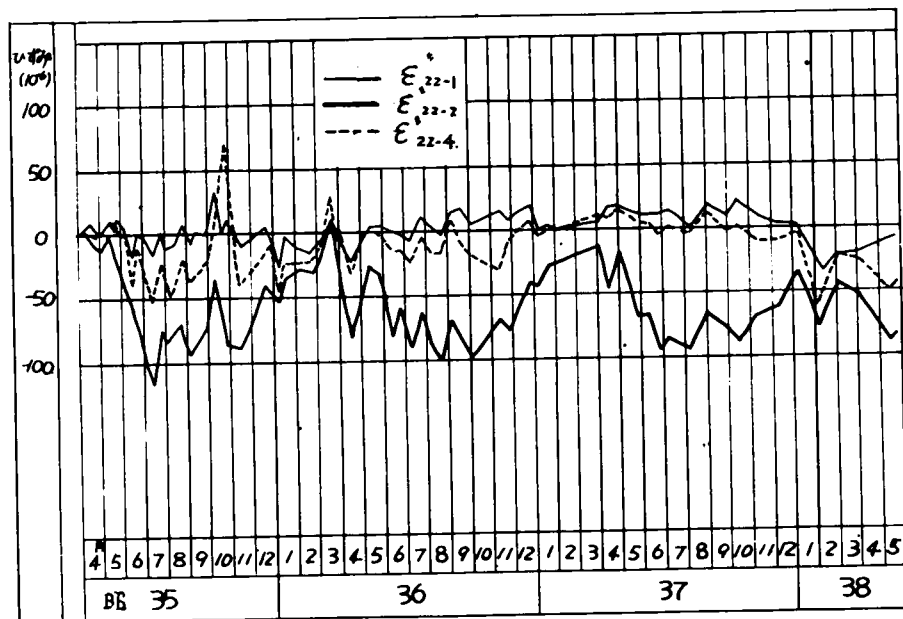


図8.2.2 綾北ダムのひずみ計E-22の補正ひずみの挙動

同様 $\nu = 0.18$ の仮定に対して求められた \hat{c}_t および \hat{b}_h は次表のとおりである。

	E-22	E-21	E-8
\hat{c}_t	11.96×10^{-6}	11.81×10^{-6}	8.665×10^{-6}
\hat{b}_h	-	-	-0.5786×10^{-6}
回帰偏差の不偏分散の平方根	15.81×10^{-6}	17.42×10^{-6}	28.93×10^{-6}
\hat{c}_t の不偏分散の平方根	0.458×10^{-6}	0.541×10^{-6}	0.739×10^{-6}
計 算 式	(8.2.20) 式	(8.2.20) 式	(8.2.20) 式
解 析 の 期 間	昭35.4/2~38.5/28	35.4/2~36.10/3	35.4/2~38.5/28
資 料 組 数	89	60	86
標 高 (クラウン)	E1.275	E1.275	E1.245
上、下流面よりの距離	下 - 1m	上 - 1m	上 - 1m
堤 厚	6.103m	6.103m	10.241m

表 8.2.1 綾北ダムのひずみ計埋設点における温度膨脹係数

E-21の補正ひずみの変動図は図 8.2.3 のとおりであり、 ε_{21-1}'' を昭和36年冬季に零に近似させることはできない。

ε_{8-1}'' も同様であり、両端拘束に基づく温度荷重の影響を受けることを暗示するが一応補正計算は正しいものとして E-8 埋設点のコンクリート弾性係数を b_h の値より求めれば $W = 1 \text{ ton/m}^3$ として

$$E_c = \frac{1}{0.5786} \times 10^6 (\text{ton/m}^3)$$

$$= 175,000 (\text{Kg/cm}^2)$$

である。 b_h の不偏分散の平方根は 0.1067×10^{-6} であり、 E_c の不偏分散の平方根は $32,000 \text{ Kg/cm}^2$ となる。

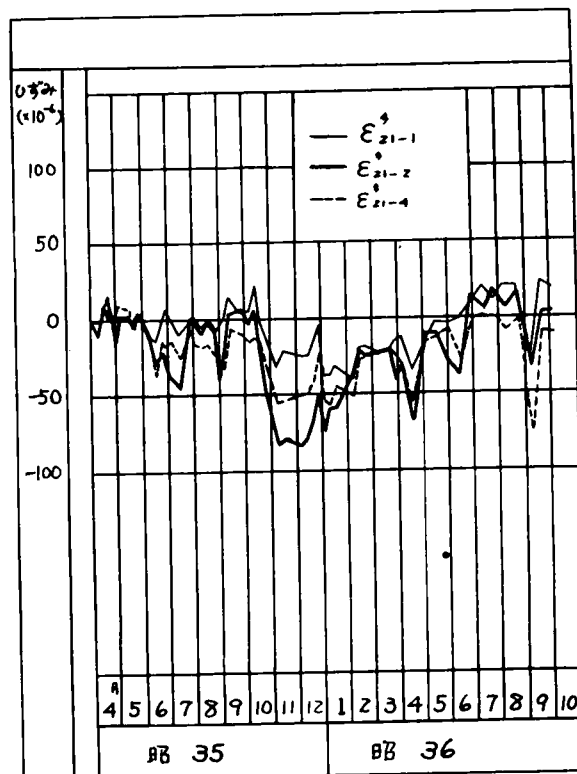


図 8.2.3 綾北ダムのひずみ計 E-21 の補正ひずみの挙動

〔3〕 ひずみの解析

3.1 概 説

補正ひずみ ε'' は主として水圧荷重および温度荷重の影響を受け変動するであろう。水圧荷重による補正ひずみは、満水位に対して水深に正比例するから、水位に対するひずみが(3.4.4)式に従うものとし、たわみの場合と同様補正ひずみに関する次の線型回帰模型

$$\begin{aligned}\varepsilon'' = & k + \sum_i a_i t_i + \sum_i b_i \alpha_i + c_1 (h - h_0) + c_2 (h - h_0)(h_c - h) \\ & + c_3 (h - h_0)^2 (h_c - h) + \theta\end{aligned}\quad (8.3.1)$$

が成立するものとする。ここに k は常数項、 a_i 、 b_i は堤体平均温度 t_i 、温度こう配 α_i にかかる未知係数、 θ は偏差である。また下部標高より $i = 1, 2, 3, \dots$ をとるものとする。

なお解析の期間をたん水開始後1～2年にとり、この間においてクリープの進行はきわめて緩慢なものとして、流動変形は除いて解析するが、もしクリープが顕著であれば、流動変形を表わす対数項を挿入しなければならないであろう。

3.2 ひずみの解析

綾北ダムのE0.245, E0.275, E0.285における堤体平均温度、温度こう配を $t_1, t_2, t_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ とし、 $h_c = 291.5, h_0 = 238.94$ を与え、E0.275の下流面より1mの点に埋設されたひずみ計E-22のアーチ方向の補正ひずみ ε''_{22-2} に対して解析の結果、次式を得た。⁸⁷⁾

$$\begin{aligned}\varepsilon''_{22-2} = & -1.028(t_2 - 11.10) + 8.510(t_3 - 11.87) - 28.04(\alpha_2 + 0.05) \\ & - 1.375(h - 238.94) + 0.04273(h - 238.94)(291.5 - h)\end{aligned}\quad (8.3.2)$$

を得た。同様に片持ばり方向のひずみ ε''_{22-4} に対して

$$\begin{aligned}\varepsilon''_{22-4} = & -1.986 - 6.373(t_1 - 11.62) + 2.748(t_3 - 11.87) \\ & - 2.161(\alpha_2 + 0.05)\end{aligned}\quad (8.3.3)$$

ε''_{22-2} の回帰偏差の不偏分散の平方根は 1.227×10^{-6} 、 ε''_{22-4} に対して 2.534×10^{-6} であつた。E-22のアーチ方向のひずみ ε''_{22-2} について(8.3.2)式より温度荷重によるひずみ、および水圧荷重によるひずみを求め、図8.3.1に図示した。これより次の事項を考察することができる。

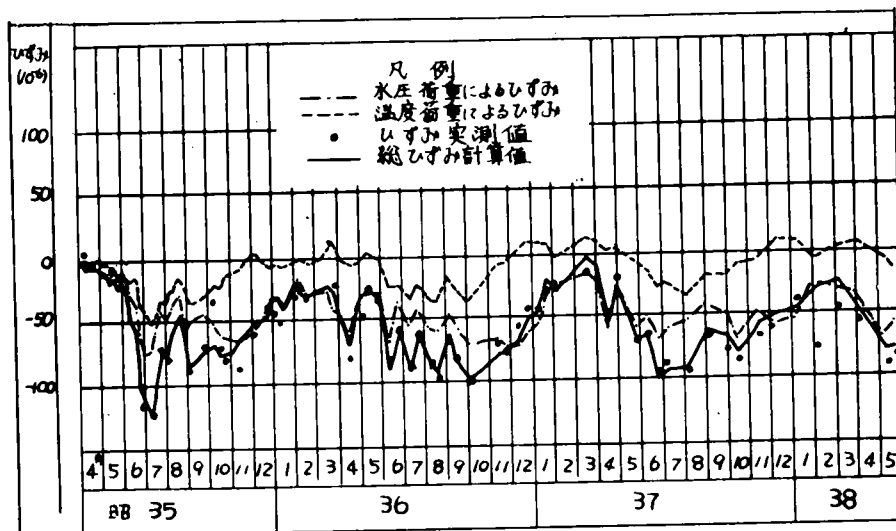


図 8.3.1 綾北ダムのE22のひずみ計による
アーチ方向のひずみ ϵ''_{22-2} の挙動

- (1) 昭和38年以降において補正ひずみの計算ひずみよりのずれがみられるが、この原因としてクリープまたはクラックの発生等が考えられる。
- (2) 水圧荷重によるひずみは水位E δ .291.5に対して 72×10^{-6} 、温度荷重によるひずみの年間の変化量は 65×10^{-6} であつた。E $\epsilon_c = 200,000 \text{ Kg/cm}^2$ として応力に換算すれば、水圧荷重に対して 14 Kg/cm^2 、温度荷重に対して 13 Kg/cm^2 となる。
- (3) 総補正ひずみはつねに負、すなわち圧縮であり引張応力は発生しないであろう。その最大圧縮力はE $\epsilon_c = 200,000 \text{ Kg/cm}^2$ に対して約 24 Kg/cm^2 と考えられる。

片持ばりに生ずる応力は(8.3.3)式によつて推定できるが、回帰偏差の不偏分散の平方根に比して ϵ''_{22-4} の値は小さく、信頼できない。

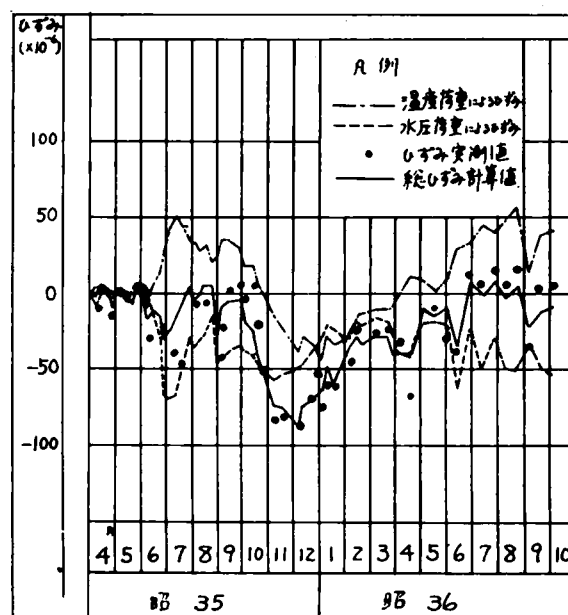
E δ .275のE-21のアーチ方向のひずみ ϵ'''_{21-2} に対して解析の結果次式

$$\begin{aligned} \epsilon'''_{21-2} = & -6.399(t_2 - 1.110) + 6.161(t_3 - 1.187) + 9.908(\alpha_1 + 0.03) \\ & + 21.07(\alpha_2 + 0.05) + 14.10 \\ & (\alpha_3 + 0.13) - 1.296(h - 238.94) \\ & + 0.0538(h - 238.94)(291.5 - h) \end{aligned} \quad (8.3.4)$$

を得た。その不偏分散の平方根は

11.56×10^{-6} であり、図8.3.2に補正総実測ひずみ、計算ひずみ、水圧荷重によるひずみ、温度荷重によるひずみを図示する。

図 8.3.2 綾北ダムのE-21のひずみ計によるアーチ方向のひずみ ϵ'''_{21-2} の挙動



これより次の諸点が考察されよう。

- (1) 総補正ひずみにおいて、ほとんど引張応力は観察されない。最大圧縮ひずみは 90×10^{-6} で $E_c = 200,000 \text{ Kg/cm}^2$ として応力に換算すれば 18 Kg/cm^2 である。
- (2) 水圧荷重によるひずみは、水位 $E\ell. 291.5$ に対して 70×10^{-6} ，温度荷重によるひずみの変化量は 100×10^{-6} であり夏季に 50×10^{-6} の引張ひずみが観察される。これを、 $E_c = 200,000 \text{ Kg/cm}^2$ として応力に換算すれば、水圧荷重に対して 14 Kg/cm^2 ，温度荷重によるひずみの年間の変化量に対して 20 Kg/cm^2 で夏季には 10 Kg/cm^2 の引張応力が生ずることになる。

3.3 考 察

ひずみの解析の結果をとりまとめると表 8.3.1 のとおりとなる。

	ε''_{22-2}		ε''_{21-2}	
	ひ ず み	応 力	ひ ず み	応 力
総 ひ ず み	120×10^{-6}	24 Kg/cm^2 36	90×10^{-6}	18 Kg/cm^2 27
水 圧 荷 重 によるひずみ	70	$14(14)$ $21(14)$	70	$14(24)$ $21(24)$
温度荷重による ひずみの変化量	65	$13(17)$ $20(26)$	-100	$-20(-17)$ $-30(-26)$
温度荷重による 引 張 ひ ず み	0	0 0	-50	$-10(-9)$ $-15(-14)$
注 1. 応力欄上段は $E_c = 200,000 \text{ Kg/cm}^2$ ，下段は $E_c = 300,000 \text{ Kg/cm}^2$ 2. 応力欄括弧内の数値は無次元解析法によつて求められた応力の推定値 3. 引張ひずみを負とする。				

表 8.3.1 緩北ダムのクラウンの $E\ell. 275$ における
 $E-22$ ， $E-21$ 埋設点のアーチ応力

表 8.3.1 の応力欄の括弧内の数値は、次に述べるように無次元解析法によつて計算されたものである。

- (1) 水圧荷重による応力

$E\ell. 275$ が無次元解析における標高 2 と 3 の中間にあたるから、図 4.5.1 1 あるいは図 4.5.1 2 によつて水圧荷重による $E\ell. 275$ のクラウンの外弧面応力 σ_E の無次元量 4.0 を求めることができる。 $W = 1 \text{ ton/m}^2$ ， $H_0 = 6.6 \text{ m}$ とすれば

$$\sigma_E = 4.0 \times 1.0 \times 6.6 = 26.0 (\text{ton/m}^2) = 26 (\text{Kg/cm}^2)$$

内弧面応力は、図 4.3.1 より推定できる。すなわち $E\ell. 275$ における $T/r = 0.075$ ， $\phi_A = 50^\circ$ $E_c/E_r = 4$ とすれば、内弧面と外弧面の応力比は $8.5/18 = 0.47$ であるから、 $E\ell.$

275 のクラウンの内弧面応力は

$$\sigma_i = 2.6 \times 0.47 = 1.2 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}$$

となる。

しかるに E-22, E-21 の埋設点は堤厚約 6 m に対して、内外弧面より 1 m 中へはいつた所にあるから、平面保持の法則が成立するものとして、E-22, E-21 埋設点応力は 1.4 Kg/cm^2 , 2.4 Kg/cm^2 となる。

(2) 温度荷重による応力

堤体平均温度による内外弧面応力の年間変化量は、図 4.5.28, 図 4.5.25 によつて推定できる。すなわち $E_c = 200,000 \text{ Kg/cm}^2$ に対して

$$\begin{aligned} \Delta t \sigma_I &= 3.0 \times 100 \times \frac{1.0 \times 10^{-6} \times 200,000}{6.6} \\ &= 9 \text{ (Kg/cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta t \sigma_E &= -1.0 \times 100 \times \frac{1.0 \times 10^{-6} \times 200,000}{6.6} \\ &= -3 \text{ (Kg/cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

温度こう配による内、外弧面応力の年間変化量は、図 4.5.36, 図 4.5.39 によつて計算され、 $E_c = 200,000 \text{ Kg/cm}^2$ に対して

$$\begin{aligned} \sigma_I &= 0.5 \times 16 \times 10 \times 10^{-6} \times 200,000 \\ &= 1.6 \text{ (Kg/cm}^2\text{)} \\ \sigma_E &= -0.7 \times 16 \times 10 \times 10^{-6} \times 200,000 \\ &= -2.2 \text{ (Kg/cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

水圧荷重の場合と同様、計器埋設点における応力を内、外弧面における応力より求めれば、

E-22 に対して

$$\begin{aligned} \text{堤体平均温度による応力の変化量} &: 7 \text{ Kg/cm}^2 \\ \text{温度こう配} &: 1.0 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}$$

E-21 に対して

$$\begin{aligned} \text{堤体平均温度による応力の変化量} &: -1 \text{ Kg/cm}^2 \\ \text{温度こう配} &: -1.6 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}$$

したがつて E-22 の温度荷重による年間の変化量は 1.7 Kg/cm^2 、E-21 に対して -1.7 Kg/cm^2 となる。

E-21 埋設点における温度荷重による夏季の引張応力は、綾北ダムの堤体平均温度、温度こう配の変動を示す図 7.1.1 (1) より、4 月から夏季にかけての堤体平均温度上昇量の年間変化量に対する比が $3/4$ であり、温度こう配上昇量の年間変化量に対する比が $1/2$ であるから

$$-1 \times \frac{3}{4} - 1.6 \times \frac{1}{2} = -9 \text{ ... (Kg/cm}^2\text{)}$$

すなわち -9 Kg/cm^2 となる。

$E_c = 300,000 \text{ Kg/cm}^2$ の場合は $E_c = 200,000 \text{ Kg/cm}^2$ の応力の $3/2$ 倍であり、表 8.3.1 の値が得られるのである。

表 8.3.1 において温度荷重によるひずみ応力の変化量を負としたのは、年間の温度変化量に相当する温度上昇に対して引張ひずみが生ずることを強調したためである。表より次の諸事項を考察することができるであろう。

- (1) 水圧荷重による両ひずみ計埋設点における実測解析の結果得られた補正ひずみ（以下単に実測ひずみと言う）の値は等しく、もし、ダムコンクリートが均質であれば実測応力も等しくなり無次元解析法により計算された値（以下単に計算応力と言う）とは傾向を異にしている。 $E_c = 200,000 \text{ Kg/cm}^2$ の場合 ε_{22-2}'' の実測応力と計算応力は一致するが、 ε_{21-2}''' に対して、実測応力は計算応力より小さくなる。
 $E_c = 300,000 \text{ Kg/cm}^2$ の場合、 ε_{21-2}'' に対する実測応力と計算応力は一致するが、 ε_{22-2}'' についての実測応力は計算応力より大きくなる。また温度荷重による ε_{22-2}''' の実測応力は計算応力より僅かに小さくなる。

このように、内外弧面の E_c が等しいと仮定すれば、アーチ応力が内外弧面とも均一化する傾向があるように思われる。

君島氏によれば上椎葉アーチダムその他の実測解析の結果から、実際のダムの応力分布形状およびその大きさが、設計時の模型実験値、理論計算値とくらべて一般に小さく、かつ応力が均分化する傾向があることを指摘し、その原因として、収縮継目の存在、クリープなどによる応力の緩和作用、ねじれ抵抗等による応力の均分化等を挙げている。⁸⁸⁾

収縮継目にグラウトによつて填充されたグラウトミルクの強度は非常に低いか、あるいはグラウトが不十分で、継目の密着が不完全であれば、アーチ剛度が低下し、これは厚さ半径比 T/r が小さくなることと等価である。したがつて表 4.2.1 によつて一般にモーメントが減少し、スラストが大きくなり応力の均一化が行われるのであろう。収縮継目以外のアーチ要素にクラックが発生する場合も同様である。

その他の原因として次の諸点が考えられるであろう。

- ① アバットメントにおけるサドルの効果が大きく、基礎の弾性係数が予想以上に大きい。
 - ② 上流面における間隙水圧のため、弾性係数が大きくなること。
 - ③ アーチアバットメントとサドルの間のせん断流動変形のため、曲げモーメントが緩和されること。⁸⁹⁾
- (2) 出 8.275 における温度応力の変化量は水圧荷重による応力の変化量と同等あるいはそれ以上である。

温度上昇によつて内弧面に圧縮、外弧面に引張が生ずるが水圧荷重による圧縮応力によつて打消され、総応力に引張は生じない。

- (3) 総圧縮応力もまた許容圧縮応力より小さい。
- (4) 無次元解析法による応力計算より推察されるように、温度こう配によるアーチ応力は、堤体平均温度によるそれよりとくに外弧面においてはるかに大きい。^{8.10)}

- (5) E-21, E-22 以外のひずみ計の解析の結果を待つて、総合的に検討の必要があるが、少なくとも E-21, E-22 のアーチ応力については無次元解析法によつて近似的に応力の推算が可能であろう。応力に関する無次元量を水圧荷重、堤体平均温度、温度こう配に対しておのおの W_{σ_h} , $W_{\sigma_{\Delta t}}$, W_{σ_x} とすれば

$$\sigma_h = W_{\sigma_h} \cdot w H_0 \quad (8.3.5)$$

$$\sigma_{\Delta t} = 100 W_{\sigma_{\Delta t}} \frac{c_t \cdot E_c}{H_0} \quad (8.3.6)$$

$$\sigma_x = 16 W_{\sigma_x} c_t E_c \quad (8.3.7)$$

ただし、堤体平均温度による応力式右辺の H_0 の長さの単位は m である。

なお、補正ひずみに E_c を乗じて求められる応力は真の応力でない。真の応力は、さらに自己拘束応力を (3.3.27) 式に従つて計算し、加算しなければならない。実際の温度と等値直線温度との差 t' の年間の変化量は約 1.5°C であり、 $E_c = 300,000 \text{ Kg/cm}^2$ として応力に換算すれば、 $5 \sim 6 \text{ Kg/cm}^2$ 程度の値となる。主として自己拘束応力あるいは曲がりばりの影響のため、応力分布曲線は温度分布曲線に似た曲線形となるのである。

K アーチダムの信頼度の検定

〔1〕概 説

アーチダムの実測解析の主要目的の一つが、ダムの安全管理にあることは既に述べたとおりで、昭和34年のフランスのマルバンスセダムの崩壊や、イタリアのヴァイオントダムの周辺山腹の地這りによる洪水にみられるように、ダムおよび貯水池の事故による被害は計り知れない。とくにそれが人命の安全に関するだけに、堤体または基礎岩盤に埋設された諸計器によつて災害を未然に予知するダムの保守管理組織方法の確立は、緊急を要する問題である。

アーチダムは高次の不静定構造物であるから、本体の一部にクラックが生じたとしてもそれが致命的破壊までには到らない。したがつて堤体内部に生じた引張りずみが進行することはもちろん警戒を要するが、同時にブラムライン、視準測量による堤体の総合的たわみの挙動解析によつてダムの信頼度を予測することは、もつとも簡便、正確な方法であろう。

アーチは外荷重に対してきわめて堅固な構造物であり、むしろ基礎の崩壊がアーチダムを破壊せしめる契機となると言われているが、ブラムラインによつて基礎の変形を含む総体的たわみが観測されるのである。

いわゆる信頼性理論によれば、信頼度とは“何らかの組織が規定の環境下において規定の期間故障なく満足に機能を果し得る確率”と定義されるが、^{9.1)}ここで言うアーチダムの信頼度の検定とは、単にアーチダムが安定した挙動を繰り返しているかどうかについて統計学的判断を下すことを言う。

アーチダムの信頼度は、才1に数ケ年にわたるたわみの解析の資料によつて検出される流動変形、才2にたわみの回帰残差の挙動を観察することによつてその検定が可能である。

もし、流動変形または回帰残差が著しく変動すればそのダムは危険と言えよう。残差の変動よりアーチダムの信頼度を検定する手法として適用される主成分分析法、重回帰における一元配置論については既にⅢにおいて述べたとおりである。

〔2〕流動変形によるアーチダムの信頼度の検定^{9.2)}

アーチダムの非可逆的変形を示すたわみの回帰式における流動変形項の変動を観察することによつて、アーチダムの信頼度をおりよそ判定することが可能であることについてはⅦで考察したとおりである。

しかしながら外荷重に対する抵抗の構造形式は年々変動する。回帰偏差の分散の変動に対しては、異重回帰における構造分析の手法を適用することによつて解決することができる。

回帰係数自身もまた変動するから、多年間を通して解析する場合には、その間の平均的回帰係数が得られ、それで説明が不十分な部分が流動変形として検出されることになるであろう。

初年度からの変動を強調したいときは、とくに初年度の資料組数を多くとり、また初年度

の流動変形を検出したいときは、初年度だけの資料に対してたん水後毎日の資料を与え解析すればよいであろう。

通常たん水開始後、新たに生起する水圧荷重に対してアーチダムがもつとも適合した状態に落ち着く数ヶ月の間はかなり顕著な流動変形が観察されるであろう。

ブラムラインによるたわみは下部に対する上部の相対的変位を表わすから、水位の低い期間が長期にわたり継続するときには、あたかも上流向き流動変形が生起するように見える。

初期の流動変形があまりに大きいときは、水位を上昇させることについて警戒する必要がある。

たん水後数ヶ月を経たアーチダムもまた決して安定した挙動を繰り返しているわけではない。

自然環境自身刻々変動し、アーチダム内部のクラックの進行、クリープ等によつてたわみと外荷重との回帰の構造も刻々変動するため流動変形が検出されるが、通常その変動の巾は小さい。

〔3〕主成分分析法によるアーチダムの信頼度の検定^{9.3)}

3.1 概 説

アーチダムは1年を周期とする気温と水温の影響を受け全体としてきわめて緩慢な変位とひずみの変動を繰り返している。すなわち気温は堤体内部に平均温度と温度こう配を生ぜしめ、水位は水圧荷重としてアーチダムの変位、ひずみを惹起せしめることについては既述のとおりである。しかしながら堤体平均温度と温度こう配の間の高い相関のための多重共線性の問題によつて、回帰分析の結果得られる温度こう配によるたわみの一部があたかも堤体平均温度によるたわみの中に含まれるように検出され、両因子によるたわみに完全に分離することが不可能になる。

そのため、主成分分析法によつて各因子が張る多次元直交座標軸を回転して相互の相関係数を零とするU座標系に変換し各軸の有意性を検定し、有意となつた分散の小さいU座標系における回帰係数を年度毎に求めて、それが時間的に安定するかどうかを因子のレベルでとらえ、アーチダムの信頼度を検定しようとするのである。

3.2 主成分分析による信頼度検定の電子計算

綾北ダムのたん水初期における回帰分析の結果その流動変形は昭和35年7月中旬までに安定する。そこでこの流動変形を除いた領域で主成分分析を行うため、綾北ダムの昭和35年7月26日より昭和40年3月30日までの125組の資料に対して線型回帰模型

$$\zeta = k + \sum_{i=1}^3 a_i t_i + \sum_{i=1}^3 b_i \alpha_i + c (h - h_0)^2 + e \quad (9.3.1)$$

を考える。ここに k は常数項、 a_i , b_i , c_i は堤体平均温度 t_i 温度こう配 α_i および水深 $h - h_0$ の 2 乗にかかる係数で、 $i = 1, 2, 3$ はおのこの $0.245, 2.75, 2.85$ 、 h_0 はクラウンにおけるサドル上面標高で $h_0 = 2.25 \text{ m}$ を与える。 θ は偏差である。

(9.3.1) 式における常数項を除く右辺の各因子の 125 組の値を標準化し、相関マトリクス R 、固有値ベクトル λ および固有マトリクス L を求め、 U 座標系に変換し、各 u 因子の有意性の検定を行つた。

すなわち X 座標系における x_1, x_2, \dots, x_7 因子として、 $t_1, t_2, t_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, (h - h_0)^2$ をとり、各因子の平均値 (MEAN)、残差平方和の平方根 (D) を (2.2.17), (2.2.18) 式に従い計算し、(2.2.19) 式により各因子を標準化すれば、その相関マトリクス R は表 9.3.1 のとおりとなる。なお (9.3.1) 式の正規方程式における残差平方和 (S_E) および回帰係数の不偏推定値 (SB) を同時に計算する。次に相関係数マトリクス R の固有値ベクトル (VAL) および固有マトリクス (VEC) を求める。固有マトリクスを方向余弦マトリクス L とし、標準化された X 座標系を L により U 座標系に変換すれば、 u_i 軸の方向余弦 ℓ_{ij} は、固有マトリクスにおける λ_i 列のベクトルによつて表わされる。たとえば u_3 軸の標準化された t_3 軸に対する方向余弦は 0.4615 である。(表 9.3.2 参照)

新因子 u_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 7$) に対して次の線型回帰模型

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^7 b_i u_i + \theta \quad (9.3.2)$$

を考える。ここに b_0 は常数項、 b_i は u_i にかかる偏回帰係数である。(9.3.2) 式に対する正規方程式の係数マトリクスは、固有値ベクトルを対角要素とする対角マトリクスであり、固有値ベクトルの大きいものより順に λ_1 主成分、 λ_2 主成分……と言われる。この場合 λ_1 主成分は u_3 軸である。

また (9.3.2) 式の重回帰模型に対して帰無仮説により有意性の検定を行う。その分散分析表 (AOV) は AOV 表 - 2 に従つて、表 9.3.2 にプリントされる。 u_2 を除く各 u 因子は高度に有意であることがわかる。なお SS_{EU} は u_2 を除く有意な因子とたわみ ϕ との重回帰における残差平方和であり、 F 欄の括弧内の数値はその不偏分散の平方根である。有意な因子の偏回帰係数の不偏推定値 (B) もまた同時にプリントされる。

さて、次には昭和 35 年 7 月 26 日より昭和 41 年 3 月 31 日までの 131 組の資料を各年度毎に分割し、各年度毎にふたたび資料を標準化し、先に誘導された有意な因子に対する変換マトリクス L_1 (マトリクス L より、 λ_2 列目の先に棄却された u_2 に対する方向余弦 ℓ_{2j} を除いた方向余弦) によつて

$$U_j = X_j L_1 \quad (9.3.3)$$

に従い、 U_1 座標系 (U 座標系より u_2 軸を取り除いた直交座標系) における値に変換する。ここに変数マトリクス X_j として、さきに標準化された値を使用する。さて λ_j 年度に対して次式

$$\phi_j = b_{0j} + \sum_{i=1, i \neq 2}^7 b_{ij} u_{ij} + \theta_j \quad (9.3.4)$$

D

MEAN

1	1 2.3 5	1	29.8 2
2	1 6.1 9	2	6 2.4 9
3	1 6.9 6	3	7 4.1 7
4	0.6 7	4	7.1 1
5	0.0 3	5	5.6 6
6	— 0.2 5	6	5.3 4
7	3 2 7 7.4 8	7	8 7 1 1.1 2
Y	— 9.2 6		

R

1	1	2	3	4	5	6	7
1	1.0 0 0 0	0.7 5 9 5	0.6 8 9 9	0.2 8 2 6	0.2 2 3 2	0.2 6 2 1	0.4 0 0 4
2		1.0 0 0 0	0.9 8 9 8	0.7 9 9 0	0.6 4 7 3	0.4 5 5 2	0.4 2 0 0
3			1.0 0 0 0	0.8 4 6 5	0.7 0 2 9	0.4 3 6 7	0.3 9 0 1
4				1.0 0 0 0	0.8 2 2 3	0.4 8 4 8	0.2 4 8 8
5					1.0 0 0 0	0.6 3 7 1	0.2 4 7 1
6						1.0 0 0 0	0.2 8 5 7
7							1.0 0 0 0

SB

SE

1	1 6.4 3 8
2	— 3 5.6 1 2
3	— 5 0.5 3 5
4	— 1 2.8 4 6
5	— 2 0.3 7 8
6	— 5.7 8 1
7	1 5.6 2 9

表-9.3.1 横北ダムの主成分分析出力データ (1)

VAL

1 1.1403
 2 0.0032
 3 4.3072
 4 0.0415
 5 0.1649
 6 0.5454
 7 0.7975

VEC

x^u	1	2	3	4	5	6	7
1	0.5998	-0.0826	0.3168	0.4623	0.2936	0.4522	-0.1695
2	0.1702	0.7288	0.4600	-0.3724	-0.1916	0.0040	-0.2300
3	0.0917	-0.6738	0.4615	-0.4811	-0.1263	-0.0925	-0.2620
4	-0.3211	-0.0215	0.4159	0.6427	-0.3925	-0.3449	-0.1939
5	-0.4524	0.0712	0.3896	-0.0341	0.7876	-0.1113	0.0673
6	-0.3353	-0.0485	0.3060	-0.0386	-0.2945	0.6506	0.5293
7	0.4275	-0.0086	0.2380	0.0193	-0.0008	-0.4824	0.7263

AOV

SV	SS	DF	F	LAST	B
0	10727.80	1	7770.00	*	0 - 9.264
1	508.94	1	368.00	*	1 21.130
2	0.10	1	0.01		2 5.712
3	9045.67	1	6550.00	*	3 -45.830
4	60.38	1	43.71	*	4 38.140
5	12.51	1	9.06	*	5 8.707
6	29.48	1	21.31	*	6 7.352
7	627.53	1	454.00	*	7 28.050
EU	161.52	118	(1175)		
E	161.41	117	(1176)		
T	21173.90	125			

表-9.3.2 稜北データの主成分分析出力データ (2)

なる線型回帰模型を立てるとき、上式の偏回帰係数 b_{0j} , b_{ij} ($i = 1, 3, 4, \dots, 7$) の不偏推定値 (BS) は (9.3.4) 式に対する正規方程式 (2.2.50) 式に従い容易に誘導される。同時に正規方程式の係数マトリクスの対角要素 (C) および残差平方和 (SES) を求めた結果を表 9.3.3 に示す。

表 9.3.4 における (F1) は (2.2.42) 式左辺において $\beta_{ij} = 0$ とした値を各年度別にまとめたものであり、(F1 α) は有意水準 5% における $F_{\alpha}(1, n_j - \overline{p} + 1; 0.05)$ でこれより大きい (F1) に対応する表 9.3.3 における (BS) 表の値が有意である。たとえば昭和 36 年度の u_4 の偏回帰係数 $b_{4,2}$ は有意でない。この有意と判定された b_{ij} を有意でない b_{ij} と識別するために表 9.3.3 の (BS) 表の有意な \hat{b}_{ij} の下にアンダーラインを付した。同様にして (F2) は (2.2.48) 式の左辺の値で (F2 α) は $F_{\alpha}(1, n_j + n_1 - 2\overline{p} + 1; 0.05)$ であり、(F2 α) < (F2) を満足する偏回帰係数 b_{ij} と b_{i1} の間に差異があると判定される。この差異があると判定された b_{ij} に対して、同じく表 9.3.3 の (BS) 表の \hat{b}_{ij} の下に 2 本のアンダーラインを付してある。(F3) は (2.3.25) 式の左辺の値であり、(F3 α) は $F_{\alpha}(n_j - \overline{p}_j + 1, n_1 - \overline{p}_1 + 1; 0.05)$ である。ただし (2.3.25) 式において n_i , p_i を n_j , p_j に、 p_1 , p_j を有意な因子数 p_1^1 , p_j^1 に常数項 1 を加算した値に変換する。

3.3 考 察

表 9.3.3 の (BS) 表によつて有意な b_{ij} の挙動を調べてみよう。

(I) u_3 軸の偏回帰係数 b_{3j} はすべての年度において有意である。

また、表 9.3.2 からこの u_3 軸の固有値 (VAL) は 4.307 で α_1 主成分であり、 α_2 主成分である u_1 の固有値 1.140、 α_3 主成分である u_7 の固有値 0.7975 よりはるかに大きい値であることがわかる。しかも u_3 の回帰係数 \hat{b}_{3j} の値は、 \hat{b}_{1j} , \hat{b}_{7j} の 2 倍近い値であるから、この u_3 成分はたわみ δ に対してもつとも顕著な効果を及ぼしていると判断することができるであろう。

表 9.3.2 の方向余弦マトリクス表 (VEC) の α_3 列の、 u_3 軸の x 軸に対する方向余弦の値は、 u_3 軸が主に堤体平均温度および温度こう配によつて構成された軸であることを示す。 x 因子は (2.2.19) 式によつて標準化されているから、方向余弦の値は x_1 , x_2 , \dots , x_7 因子の u_3 成分に対する効果を意味するのである。したがつて u_3 すなわち温度荷重に関する成分はたわみに関して支配的効果を及ぼしていることがわかる。

温度の条件が、堤体平均温度と温度こう配の和としてしかとらえられないのは、両者の間の相関が顕著であり、これを分離することが不可能であることを意味する。

u_3 軸の方向余弦を詳しく見ると、温度こう配 (x_4 , x_5 , x_6) の方向余弦が堤体平均温度 (x_1 , x_2 , x_3) の方向余弦より小さく、また x_1 より x_2 , x_3 の方向余弦が、 x_6 より x_5 , x_4 の方向余弦が大きいことがわかる。したがつて温度こう配より堤体平均温度のたわみに及ぼす効果が大きく、また下部標高堤体平均温度より、上部標高堤体平均温度が、上部標高温度こう配より下部標高温度こう配が、たわみに対して顕著な効果を及ぼすものと推察されるのである。

BS

年度	35	36	37	38	39	40
u-0	<u>-9.792</u>	<u>-8.793</u>	<u>-7.926</u>	<u>-8.969</u>	<u>-9.727</u>	<u>-7.854</u>
1	<u>2.927</u>	<u>1.928</u>	<u>2.931</u>	<u>2.003</u>	<u>1.174</u>	<u>1.384</u>
3	<u>-4.540</u>	<u>-4.645</u>	<u>-4.544</u>	<u>-4.177</u>	<u>-4.622</u>	<u>-4.217</u>
4	<u>5.894</u>	<u>2.303</u>	<u>3.494</u>	<u>6.483</u>	<u>7.133</u>	<u>5.260</u>
5	<u>1.574</u>	<u>1.544</u>	<u>3.092</u>	<u>1.507</u>	<u>6.666</u>	<u>7.181</u>
6	<u>1.208</u>	<u>1.091</u>	<u>1.756</u>	<u>2.313</u>	<u>1.266</u>	<u>6.302</u>
7	<u>3.221</u>	<u>2.669</u>	<u>2.700</u>	<u>1.567</u>	<u>1.789</u>	<u>1.593</u>

C

u-0	0.08335	0.05076	0.1957	0.3021	0.07154	0.2043
1	5.683	3.602	1.427	7.703	6.477	2.050
3	1.868	1.281	2.138	9.684	1.949	5.938
4	2.722	2.235	6.247	5.991.0	9.755	1.767.0
5	4.080	3.702	9.882	9.699	2.215	7.322
6	1.524	1.255	3.502	5.999	1.139	1.11.9
7	2.185	9.539	1.713	5.144	8.455	5.023

SES

7.33	1.589	2.725	4.790	4.697	2.255
------	-------	-------	-------	-------	-------

N

33	32	17	13	22	14
----	----	----	----	----	----

表 9.3.3 綾北ダムの主成分分析出力データ (3)

F1		35	36	37	38	39	40
u-0	4083.00	2396.00	117.80	333.50	4223.00	937.2	
1	535.00	162.30	22.09	6.52	67.95	2.90	
3	391.60	2649.00	354.40	225.60	3500.00	92.96	
4	45.29	0.04	7.17	0.88	16.65	0.49	
5	21.55	10.13	3.55	2.93	6.41	0.22	
6	33.98	14.92	3.23	11.17	44.93	0.11	
7	168.50	117.40	15.61	5.98	120.80	1.57	
F1A	4.13	4.26	4.95	5.99	4.59	5.59	
F2		35	36	37	38	39	40
u-0	0.00	16.34	12.99	4.64	0.09	14.42	
1	0.00	23.61	0.00	2.73	86.18	10.04	
3	0.00	0.12	0.00	1.23	0.11	0.47	
4	0.00	14.21	1.79	6.46	0.42	0.02	
5	0.00	0.00	1.72	0.00	4.46	0.71	
6	0.00	0.11	0.62	4.29	0.04	0.29	
7	0.00	2.13	0.73	9.86	23.07	4.06	
F2A	-	4.00	4.02	4.09	4.05	4.09	
F3		35	36	37	38	39	40
	1.00	2.26	9.67	2.83	1.11	1.13	
F3A	1.76	1.84	2.11	2.41	1.99	2.31	

表 9.3.4 綾北ダムの主成分分析出力データ (4)

そしてこの温度軸に関する偏回帰係数 $b_{3,j}$ の値は、初年度の $b_{1,j}$ と差異がなく、すなわち温度荷重によるたわみは、きわめて安定した挙動を繰り返しているものと考えられるであろう。

なお u_3 軸の温度荷重に関する方向余弦はすべて正であり、 $\hat{b}_{3,j}$ は負であるから、正の温度荷重によりたわみは負の方向すなわち上流方向にたわむことがわかる。

- (2) 主成分 u_7 は表 9.3.2 の方向余弦マトリクス (VEC) の 7 列の値から、堤体平均温度と温度こう配の方向余弦が消滅され主として水圧荷重を表わすものと考えられる。

表 9.3.3 の u_7 の偏回帰係数 $\hat{b}_{7,j}$ の変動から、水圧荷重によるたわみは昭和 38 年度より急激に小さくなり、初年度の約半分となつていているものと考えられる。これは 37 年度より 38 年度にかけて、何らかの外荷重に対する綾北ダムの抵抗の構造形式の変化があつたことを意味する。

水圧荷重によるたわみがこのように小さくなる理由として次の諸点が考えられる。

- ① E1.248 より上部の片持ばり要素にクラックが生じたこと。

片持ばり要素にクラックが入り、たとえばもし片持ばり要素の剛度が零となれば、水圧荷重による下部アーチの変位の上方への伝達が不可能となり、トツプアーチクラウンのたわみは零となる。このように片持ばり剛度が小さくなるほど、たわみ δ は小さくなるのである。

片持ばり剛度の低下は、堤体平均温度によるたわみを増大せしめ、温度こう配によるたわみを減少させる。したがつて両者相殺して、温度荷重によるたわみの変動は認められないのであろう。何れにしても、片持ばりの剛度の低下がアーチダムのたわみに及ぼす効果は小さいものと考えられる。

- ② コンクリートあるいは基礎岩盤の弾性係数の増大

土木研究所の飯田隆一氏によれば重力ダムにおいても同様の現象が観察されるとのことであり、その理由としてコンクリートが打設後長期にわたり漸次硬化していくこと^{9.4)}、基礎岩盤の圧密現象が進行していくこと^{9.5)}等が考えられる。ただし温度荷重によるたわみには、コンクリートと基礎岩盤の弾性係数の比 E_c/E_r が関係し、 E_c が単独にたわみに影響しない。したがつて E_c/E_r を一定にしたままで、 E_c および E_r が共に増大すれば温度荷重によるたわみは変化しない筈である。

- ③ たわみ δ は E1.248 に対する E1.298 の相対たわみである。しかるに通常水位の低いとき、下部標高 (E1.248 付近) のアーチには、水圧荷重により上部より大きい圧縮力が作用する。Davis - Granvill の法則^{9.6)}によればクリープは応力に比例するから、下部アーチのクリープは上部アーチのクリープより大きく、水圧荷重による相対たわみは小さくなるのであろう。しかしながらもしクリープについてボルツマンの重畳原理^{9.7)}が許されるなら、温度荷重による応力は、周期的に絶対値の近似的に等しい圧縮および引張応力を繰り返しており、打設後相当の時日を経ていることなどから、下流および上流へのクリープによる変位を等しいものと仮定すれば、正、負のクリープが相殺されて年間の温度荷重によるクリープの変位は零と

なるのであろう。

④ ①，②，③の現象が同時に進行する。

(3) 水2主成分である u_1 は判然と断定はできないが、 u_7 と同様、主として水圧荷重の影響の大きい成分と考えられ、 u_1 によるたわみは次第に減少する。

(4) 要するにたわみ δ と各因子との間の回帰平面は決して安定したものでなく、アーチダムの外荷重に対する抵抗の構造形式の変化と共に刻々変動していくものと考えられる。そしてこの回帰係数 \hat{b}_{ij} の値の動きを観察し、異常があれば警戒を要し、その原因を究明する必要があるように思われる。

(5) (F3) 表は残差平方和の動きを観察することによつてたわみの挙動の異常性を検出するために計算作成されたものである。これによれば昭和37年度および昭和40年度に異常があることがわかる。

39年度の(F3)の値がきわめて小さいことから計器自身の精度の低下は考えられない。計器の精度は一たん低下すれば容易に回復しないであろう。

37年度の(F3)の値が大きいのは、この年度において水位によるたわみを低下せしめる何らかの原因が大きく進行しつつあつたためではないかと考えられる。

(6) 昭和40年度において有意な因子は常数項と u_3 軸すなわち温度軸のみでその他はすべて有意であるとは言えない。40年度夏季に指示計が故障し3ヶ月にわたり欠測があり十分な資料が得られなかつたためと考えられるが、41年度の解析の結果を整理しなければ、現在その理由について断定することは難かしい。40年度の(F3)の値が大きい理由についても同様である。

(7) 水圧荷重によるたわみが年々小さくなることを確認するために主成分分析に使用した綾北ダムの資料を各年度毎に分割し、各年度毎に(9.3.1)式の線型回帰模型を考えU座標系に変換することなくX座標系において各因子の有意性を検定した。その有意な因子と δ の回帰関係を各年度毎に示せば次のとおりである。

昭和35年度

$$\hat{\delta} = -8.72 + 1.75(t_1 - 1.162) - 2.00(t_2 - 1.110) - 4.51(\alpha_2 + 0.05) + 0.002403(h - 225)^2 \quad (9.3.5)$$

$$S_E = 4.997(0.422) \quad C_h = 2.330 \times 10^{-7} \quad N = 33$$

昭和36年度

$$\hat{\delta} = -4.35 - 0.832(t_2 - 1.110) - 6.05(\alpha_1 + 0.03) - 3.23(\alpha_2 + 0.05) + 0.001318(h - 225)^2 \quad (9.3.6)$$

$$S_E = 15.57(0.746) \quad C_h = 9.583 \times 10^{-9} \quad N = 32$$

昭和37年度

$$\hat{\delta} = 4.00 + 1.64(t_1 - 1.162) - 1.46(t_2 - 1.110) - 7.02(\alpha_1 + 0.03) \quad (9.3.7)$$

$$S_E = 43.02(1.819) \quad N = 17$$

昭和 38 年度

$$\hat{\delta} = 0.169 - 0.409(t_1 - 11.62) - 1.21(\alpha_1 + 0.03) \quad (9.3.8)$$

$$S_E = 9.399(0.969) \quad N = 13$$

昭和 39 年度

$$\begin{aligned} \hat{\delta} = & -3.49 + 0.558(t_1 - 11.62) - 1.27(t_3 - 11.87) - 2.88(\alpha_2 + 0.05) \\ & - 1.37(\alpha_3 + 0.13) \end{aligned} \quad (9.3.9)$$

$$S_E = 3.118(0.4283) \quad N = 22$$

昭和 40 年度

$$\hat{\delta} = 0.648 - 1.14(t_1 - 11.62) - 1.15(\alpha_1 + 0.03) \quad (9.3.10)$$

$$S_E = 3.461(1.774) \quad N = 14$$

ここに S_E は残差平方和、その右の括弧内の数値は不偏分散の平方根、 C_h は水圧荷重の回帰係数に対する正規方程式の係数マトリクスの逆マトリクスの対角要素、 N は資料組数である。

これより次の事項が考察される。

- ① 35 年度と 36 年度における水圧荷重にかかる回帰係数の不偏推定値は 0.002403, 0.001318 で 36 年度の方が小さくなる。

この両値の差の検定を行うことが可能であるとして (2.2.48) 式左辺の値を計算すれば、13.00 を得る。しかるに $F_{\alpha}(1, N_{35} + N_{36} - \overline{p_{35}^1 + p_{36}^1}; 0.05) = 4.02$ であるから、両値の間に明らかに差があり、35 年度より 36 年度にかけて水位によるたわみが小さくなるものと判断される。ここに p_{35}^1, p_{36}^1 は 35, 36 年度における常数項を含む有意な因子数である。

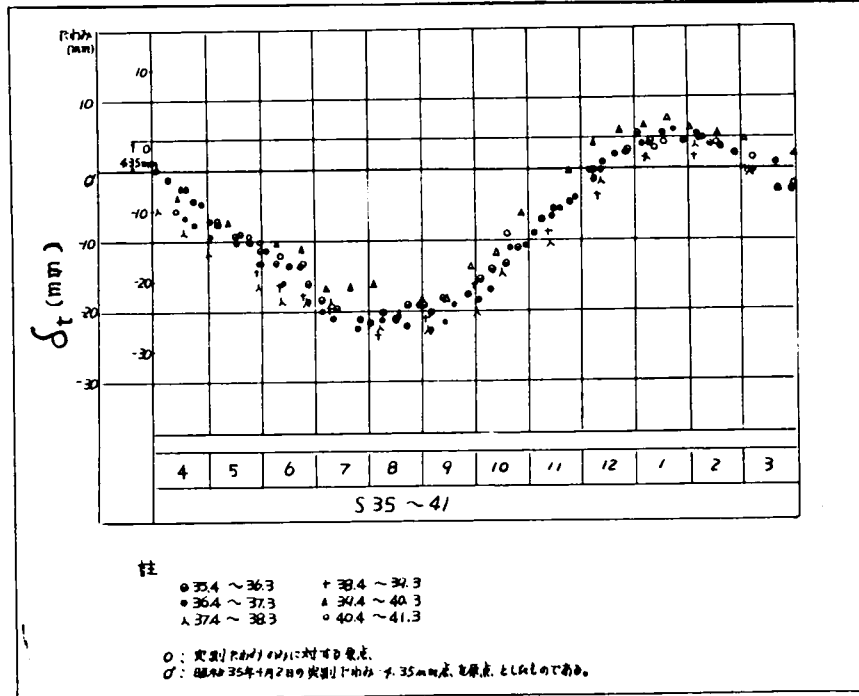
- ② 37, 38, 39, 40 年度の水圧荷重に関する回帰係数 b_h は帰無仮設検定の結果有意ではないと判定された。38, 40 年度においては不偏分散の平方根が大きく、水圧荷重によるたわみの持分が、この全体の残差の中に埋没して有意で無いと判定された可能性も考えられるが、39 年度の不偏分散は 36 年度より小さいにもかかわらず、 b_h が有意でないのは明らかに 39 年度の b_h が 35, 36 年度に比して、きわめて小さい値をとるためである。

- ③ 昭和 37 年度において常数の値が急に大きくなるのは、この中に検出不可能な水圧荷重によるたわみが含まれているためと考えられる。また 37 年度より 40 年度にかけて常数項が小さくなるのは、水圧荷重によるたわみが次第に小さくなること等の流動変形の存在を示唆するものである。

- ④ 水圧荷重によるたわみの差の検定は、このようにいろいろ問題はあるが、主成分分析によらなくても可能である。しかし温度荷重によるたわみの差の検定はもはや不可能で (9.3.5) ~ (9.3.10) 式より明らかなように t, α の回帰係数は年々大きく変わり、一見温度荷重によるたわみが刻々変動しつつあるように思えるが、これは温度荷重相互の相関性のためであつて、この温度荷重によるたわみの和をと

つてみれば図 9.3.1 のとおりとなり、実はきわめて安定した挙動を繰り返しているのである。

図 9.3.1 綾北ダムの温度荷重によるたわみ δ_t



- (8) (2.2.48) 式は $\sigma_j^2 = \sigma_1^2 = \sigma^2$, $\beta_{ij} = \beta_{11}$ の仮設に対して成立する。したがって (2.2.48) 式によつて両水準の間に差異があると判断されたとしても、あるいは両水準の分散に差異があつて、偏回帰係数には差異がないのかも知れない。この異重回帰の場合の偏回帰係数の差は厳密には (9.3.14) 式によつて検定を行わなければならないが (9.3.14) 式左辺の計算結果を示す表 9.3.5 に示されるように (2.2.48) 式によつても十分に妥当な判定が下せるものと考えられるのである。

すなわち $\beta_{11} = \beta_{ij}$, $\sigma_1^2 \neq \sigma_j^2$ の仮設に対して (2.2.45) ~ (2.2.48) 式の代わりに次式が成立する。

$$\hat{\beta}_{ij} - \hat{\beta}_{11} \in N(0, C_{11} \sigma_1^2 + C_{ij} \sigma_j^2) \quad (9.3.11)$$

$$\therefore \frac{\hat{\beta}_{ij} - \hat{\beta}_{11}}{C_{11} \sigma_1^2 + C_{ij} \sigma_j^2} \in \chi^2(1) \quad (9.3.12)$$

$$\frac{S'_{E1}}{\sigma_1^2} + \frac{S'_{Ej}}{\sigma_j^2} \in \chi^2(n_1 + n_j - 2\overline{p'} + 1) \quad (9.3.13)$$

$$\therefore \frac{\frac{\hat{\beta}_{ij} - \hat{\beta}_{11}}{C_{11} + C_{ij} \frac{\sigma_j^2}{\sigma_1^2}}}{\frac{S'_{E1} + S'_{Ej} \sqrt{\frac{\sigma_j^2}{\sigma_1^2}}}{n_1 + n_j - 2\overline{p'} + 1}} \in F(1, n_1 + n_j - 2\overline{p'} + 1) \quad (9.3.14)$$

(9.3.14) 式の σ_1^2 , σ_3^2 を求めることが不可能であるから、その不偏推定値によつて (9.3.14) 式左辺を計算すれば表 9.3.5 に示すとおりとなり、表 9.3.3 BS 表において、有意な偏回帰係数について初年度と差異のある二本のアンダーラインを付した係数に何らの変わりはない。

これは (9.3.14) 式左辺において σ_3^2 / σ_1^2 が大きくなるほど、分子分母ともに小さくなり、分散の差による影響は小さいものと考えられるのである。

F 2

	3 5	3 6	3 7	3 8	3 9	4 0
u - 0	0.0 0	1 7.9 0	6.2 6	2.5 6	0.0 9	5.5 1
1	0.0 0	2 5.6 5	0.0 0	1.3 5	8 4.6 7	3.5 2
3	0.0 0	0.1 8	0.0 0	1.0 1	0.1 1	0.4 3
4	0.0 0	1 4.6 6	2.3 3	3.1 5	0.4 0	0.0 0
5	0.0 0	0.0 0	0.8 2	0.0 0	4.4 6	0.3 0
6	0.0 0	0.1 2	0.3 0	2.3 4	0.0 4	0.0 9
7	0.0 0	2.4 9	0.5 1	5.7 9	2 3.2 9	1.5 8

F 2 A

—	4.0 0	4.0 2	4.0 9	4.0 5	4.0 9
---	-------	-------	-------	-------	-------

表 9.3.5 綾北ダムの主成分分析出力データ (5)

3.4 結 論

- (1) 綾北ダムのたわみに影響を及ぼす堤体平均温度、温度こう配、水圧荷重等の諸因子に対して主成分分析を行い、新因子を求め、新因子のたわみに対する有意性を検定した。有意な因子は相互に独立であり、その偏回帰係数の推定値の分散はきわめて小さくなるから、この新因子の回帰係数の動きを時系列の中でとらえることによつて、回帰係数の時間的変動すなわちアーチダムの信頼度の検定が可能となつた。
- (2) アーチダムの外荷重に対する抵抗の構造形式は決して安定したものでなく、刻々変動していることが観察された。綾北ダムにおいては水圧荷重によるたわみが、たん水後次第に小さくなるものと考えられ、この原因について若干の考察を行つた。しかし温度荷重に対しては安定した挙動を繰り返しているようである。
主成分分析を行わないで、実測された諸因子とたわみとの回帰構造模型に対して、帰無仮説による有意性の検定を行い、外荷重に対する抵抗の構造形式の変動を確認した。

- (3) 綾北ダムのたわみに対して、堤体平均温度および温度こう配によつて構成される水

1 主成分が、支配的効果を及ぼしていることが推察された。しかも才1主成分の中で堤体平均温度の影響が温度こう配より大きく、かつ上部堤体平均温度および下部温度こう配の効果が顕著であると考えられた。

(4) 残差平方和の時系列的変動から、アーチダムの信頼度の検定を試みた。

〔4〕重回帰における一元配置論によるアーチダムの信頼度の検定

4.1 概 説

アーチダムの外荷重に対する抵抗の構造形式の変動を推定する方法として、主成分分析とともに異重重回帰における一元配置論の適用が考えられる。すなわち年度毎に資料を分割し、各年度毎のたわみと諸因子との間の回帰の構造の間にいわゆる級間変動があるかどうかを検定する方法である。

まず各年度毎の資料に対して、最小二乗法により回帰式を求め、次に検定を行おうとする数年度間の資料に対して、同じく回帰式を求める。ある年度に他の年度の資料を追加したために、回帰偏差の不偏分散の平方根が単年度のそれより著しく大きくなれば、その年度間に回帰の構造の変動があるものと考えられるのである。

4.2 信頼度の検定

〔3〕の主成分分析に使用したのとまったく同じ資料を用いて、各年度毎の重回帰構造モデルに対して最小二乗法により回帰係数を求め、表 9.4.1 のとおり回帰偏差の不偏分散の平方根 $\sqrt{V_{E_L}}$ 、残差平方和 S_{EE_L} を得た。なお表の重さ q_L は、35年度の重さを1とし、有意性の検定を行つて得られた不偏分散を(2.3.16)式に代入し計算された各年度の重さである。

次に同一の資料を使用して、初年度である昭和35年度に36, 37, 38, 39, 40年度の各資料を追加した5組の2年度間にわたる異重重回帰構造モデルに対して、最小二乗法によりその解を求め、不偏分散の平方根 $\sqrt{V_{E_D}}$ 、残差平方和 S_{E_D} を求めた。

重さを考えたのは、分散の相違により、あたかも級間変動があるかの如き結果を生ずるのをおそれたためであり、また重回帰における一元配置論を実行するためには、回帰式における因子数を等しくする必要から、有意性検定の結果得られる残差平方和を使用せず、最小二乗法によつて得られる残差平方和で検定を行おうとするのである。

年 度	残 差 平 方 和	重 さ	不 偏 分 散 の 平 方 根	$q_L S_{EE_L}$
	S_{EE_L}	q_L	$\sqrt{V_{EE_L}}$	
昭 和 3 5	4. 5 7	1	0. 4 2 8	4. 5 7
3 6	1 4. 5 0	0. 3 1 9	0. 7 7 8	4. 6 3
3 7	2 7. 1 0	0. 0 5 3 8	1. 7 3 7	1. 4 6
3 8	4. 7 7	0. 1 9 0	0. 9 7 7	0. 9 0 6
3 9	3. 0 2	0. 9 7 2	0. 4 6 4	2. 9 4
4 0	1 0. 6 2	0. 0 5 6 6	1. 3 3 1	0. 6 0 1

表 9. 4. 1 緩北ダムの各年度の残差平方和

表 9. 4. 2 の残差平方和 S_{ED} は全変動であり、これに対して表 9. 4. 1 の各年度の残差平方和 S_{EE_L} に 3 5 年度の重さを 1 とする各年度の重さをこれに乗じたものについての 3 5 年度と検定を行おうとする年度の和はすなわち級内変動 S_{EE} で S_{ED} と S_{EE} の差は級間変動 S_{EA} であり、表 9. 4. 2 に従つて級間変動の検定が可能である。その結果次の諸事項が考察された。

- ① 昭和 3 5 年度と昭和 3 6 ～ 4 0 年度の各年度の間に級間変動が認められる。とくに 3 5 , 3 6 年度および 3 5 , 3 9 年度間の級間変動が顕著である。
- ② このことは昭和 3 5 年度の回帰偏差の不偏分散の平方根が 0. 4 2 8 , 昭和 3 6 年度のそれが 0. 7 7 8 であるが、昭和 3 5 年度と 3 6 年度の資料を合わせた異重重回帰分析の結果はむしろ 0. 4 2 8 に近い値であるべきであるのに 0. 6 3 5 であること、また 3 9 年度のそれが 0. 4 6 4 であるが、3 5 年度と 3 9 年度を合わせた回帰式に対して 1. 0 7 となることから推察できる。
- ③ ある年度と次年度との間の級間変動の有無を検定するために解析の結果は表 9. 4. 3 に示すとおりであり、3 6 , 3 7 年度 , 3 7 , 3 8 年度 , 3 8 , 3 9 年度 , 3 9 , 4 0 年度間に級間変動は認められない。
- ④ あるいは 3 6 ～ 4 0 年度までの次年度間級間変動は極めて小さいために認められないかも知れない。そこで 3 6 ～ 3 9 年度までの 4 年度間の資料に対して級間変動の存在を調べるため解析した結果を同じく表 9. 4. 3 に示す。すなわち回帰偏差の不偏分散の平方根は 1. 2 5 2 で、各年度のそれより全般的に大きくなり、この間に級間変動が存在するものと考えられるのである。
- ⑤ 以上の解析によつて、緩北ダムの回帰構造は、3 5 年度より 3 6 年度にかけて急激に変わり、その後も僅かではあるが、刻々に変動しつつあることが推察されるのである。この結果は表 9. 3. 3 に示す主成分分析の結果と一致する。
- ⑥ この方法では因子のレベルで回帰構造の変動は推定できない。

年 度	全 変 動		級 内 変 動		級 間 変 動		F
	S_{EO}	P_{EO}	S_{EF}	N_{EE}	P_{EE}	$M_{SEE} = \frac{S_{EE}}{N_{EE} - P_{EE}}$	F_{α}
昭和 35, 36	(0.635) 23.00	8	9.20	65	16	0.188	1.73
35, 37	(0.470) 9.29	8	6.03	50	16	0.177	0.408
35, 38	(0.530) 10.70	8	5.48	46	16	0.183	0.640
35, 39	(1.07) 53.80	8	7.51	55	16	0.193	46.29
35, 40	(0.502) 9.86	8	5.17	47	16	0.167	4.69
							0.586
							3.51
							3.50
							2.30
							2.27
							2.18
							2.27

注 S_{EO} : 全変動 P_{EO} : 全変動計算に用いる常数項を含む因子数。 S_{EC} 欄括弧内数値は回帰偏差の不偏分散の平方根 $\sqrt{V_{EC}}$ S_{EA} : 級間変動

S_{EE} : 級内変動 N_{EE} : 資料組数 P_{EE} : 各年度の常数項を含む因子数の和

F_{α} : (2.3.22)式左辺の値 F_{α} : 自由度対 $\{(P_{EE} - P_{EO}), (N_{EE} - P_{EE})\}$ の有意水準 5% の F 値

表 9.4.2 綾北ダムの重回帰における一元配置論分散分析表 (1)

年 限	全 変 動		級 内 変 動			級 間 変 動		F	
	S_{EO}	P_{EO}	S_{EE}	N_{EE}	P_{EE}	$M_{SEE} = \frac{S_{SEE}}{N_{EE} - P_{EE}}$	S_{EA}	$M_{SEA} = \frac{S_{SEA}}{P_{EE} - P_{EO}}$	$F_o = \frac{M_{SEA}}{M_{SEE}} = F_A$
昭和 35, 36	(0.635) 23.00	8	9.20	65	16	0.188	1380	1.73	9.20
36, 37	(0.740) 22.45	8	19.10	49	16	0.579	335	0.42	2.24
37, 38	(1.739) 66.50	8	43.90	30	16	3.14	2260	2.83	0.90
38, 39	(0.979) 25.90	8	20.20	35	16	1.06	570	0.71	2.46
39, 40	(0.492) 6.76	8	3.64	36	16	0.182	312	0.39	2.45
36~39	(1.252) 119.0	8	31.10	84	32	0.598	8790	3.66	6.12
									1.75

表 9.4.3 緩北ガムの重回帰における一元配置論分散分析表 (2)

〔5〕アーチダムの安全管理について

5.1 概 説

アーチダムのたわみはアーチダムの総合的変形をかなりの確に表現するものであり、アーチダムの信頼度を検定するもつとも有力な手段として活用できるであろう。もしアーチダムのたわみの挙動に異常があれば、その原因を究明し、アーチダムのどの点が危険であるかについて調査しなければならない。

アーチダムの局部的ひずみ、応力はもちろん堤体に埋設されたひずみ計、応力計によつて推定できるが、ひずみ計によるひずみ算定における補正計算やクリープの評価が複雑で、また長期間にわたる計器の精度も期待できない。したがつて、解析に多くの時間と労力を要するが、ひずみ計および応力計は、局部的破損についての具体的資料を提供してくれるだけにいささかも計測を忽にすることはできない。

その他の計器すなわち継目計による収縮継目の開閉、揚圧力、間隙水圧、漏水、クラック発生等は、何れも相互に有機的な関係をもちながら、アーチダムの堤体および基礎の構造の局部的変形に関する情報を提供してくれるであろう。

アーチダムの破壊の原因がむしろ基礎岩盤の崩壊にあると言われている。基礎の変形、ひずみ、応力を的確、迅速に計測する計器の開発が望まれる

さて、アーチダムが安定した挙動を繰り返しているかどうかを判定する尺度として先に“信頼度”を定義した。この信頼度が低下すればアーチダムの破壊の確率は増大し、アーチダムの安全性は脅されることになる。

標題の“アーチダムの安全管理”を下流住民の安全を保障するためにダム管理者がアーチダムの崩壊の危険性を予知してこれを未然に住民に警報し、あるいは危険荷重を除去し、危険箇所を点検、修理する一切の事務および作業と定義すれば、アーチダムの安全管理は信頼度の検定を含むきわめて広汎な内容を包括することになる。^{9.8)}しかしながらこの問題を詳細に検討することは、本論文の趣旨を逸脱することになるので、ここではアーチダムの信頼度を検定する各種の手法を如何に具体的に実際問題に適用するかについて論述するに止める。

5.2 アーチダムの信頼度検定論の実際問題への適用

たわみによるアーチダムの信頼度検定を實際上に適用する上において考えられる諸問題を検討してみよう。

(1) 重回帰における有意性検定、主成分分析法あるいは重回帰における一元配置論によるアーチダムの信頼度検定の理論は、約1年間の資料が提供されて後始めてその威力を発揮する。これらの方法は長期間にわたるアーチダムの変形の様相をかなり正確に把握することができても、刻々に変動するアーチダムの信頼度の予測を、観測直後に行うことは、とくにたん水初期において困難である。

たん水初期においては、むしろたわみの設計値あるいは(7.3.7)、(7.3.9)式によつてたわみの変化量を推定して、たわみ実測値が、推定値より異常に大きいとき注意

を要し、水位の上昇を抑止するよう心掛けねばならない。もちろん水位、月平均気温代表的クラウンにおける温度、たわみの図上検討を行ない、クラックの発生、漏水量調査をも併せて実施すべきであろう。

たん水開始後1年以上経過したアーチダムについては、前年度1年間の実測資料についての重回帰分析の結果得られたたわみと諸因子との間の回帰式に基づき、温度荷重と水圧荷重によるたわみを求め、その和とたわみの観測値との差を計算常数項とし、この値が前年度回帰式における常数項に対して大きく変動していれば警戒を要するであろう。

たとえば綾北ダムの38年度のたわみに関する(9.3.8)式に39年8月4日の資料を代入すれば、

$$\text{計算常数項} = 0.409 \times (1.339 - 1.162) + 1.21 \times (1.65 + 0.03) - 2.045 = 0.60$$

$$\text{回帰式の常数項} = 0.169$$

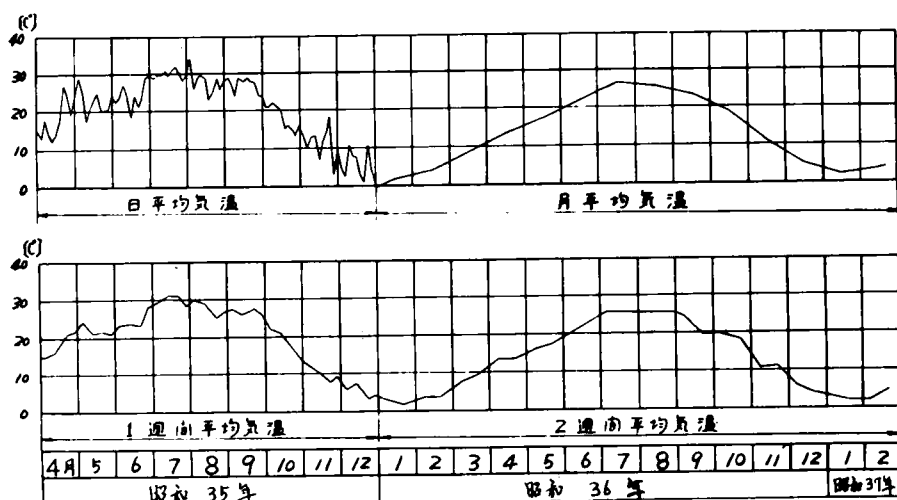
となり、その差は僅かに0.4で信頼度は高い。

- (2) 各年度毎の重回帰における有意義の検定の結果得られた回帰偏差の不偏分散の値はアーチダムの破損が進行すると共に次第に増大し、またその通増率は、破壊に近づき摩耗破損が進行すると共に、急激に増大することが考えられるが、現在、たん水開始後数年を経過したに過ぎず、十分な資料が得られないので、このことについての断定は困難である。

- (3) たわみを計測するブラムラインの精度はかなり長期にわたり保障し得るものと思われるが、温度計の破損は次第に進行し、遂には使用不可能となることが予想される。

しかしながら、堤体平均温度、温度こう配は気温と水位に従属して変動し、相互に高い相関がある。⁹⁹⁾ 一般に堤体平均温度と月平均気温との間には約1ヶ月の位相差があり温度こう配についても若干の位相のズレのあることが図7.1.1.(1)、図9.5.1より考察されるであろう。

図9.5.1 綾北ダム地点における気温の変動



したがつてもし温度計が故障すれば、気温を温度条件として与え解析すれば、安全管理の業務に支障がないのであろう。

すなわち温度条件として、月平均気温 t_0 と前 30 日の月平均気温 t_{-30} を与え、次の線型回帰模型

$$\delta = c_0 + c_1 t_0 + c_2 t_{-30} + c_3 (h - h_0)^2 + e \quad (9.5.1)$$

を立て、綾北ダム of 年度毎の資料に対して解析した結果次式を得た。ただし、 c_0 は常数項、 c_1 、 c_2 は回帰係数、 h は水位、 δ 、 e はたわみおよび回帰偏差である。

すなわち

昭和 36 年度

$$\hat{\delta} = 3.38 - 0.791 t_0 - 0.420 t_{-30} + 0.001442 (h - 225)^2 \quad (9.5.2)$$

$$S_E = 2.917 (1.003) \quad C_h = 1.13 \times 10^{-7} \quad N = 33$$

昭和 37 年度

$$\hat{\delta} = -0.831 t_0 - 0.457 t_{-30} + 0.00288 (h - 225)^2 \quad (9.5.3)$$

$$S_E = 4.145 (1.786) \quad C_h = 3.09 \times 10^{-8} \quad N = 16$$

昭和 38 年度

$$\hat{\delta} = 6.00 - 0.405 t_0 - 0.700 t_{-30} \quad (9.5.4)$$

$$S_E = 6.136 (0.747) \quad N = 14$$

上式で S_E は残差平方和、その右の括弧内の数値は回帰偏差の不偏分散の平方根であり、 C_h は水压荷重項の回帰係数の正規方程式の係数マトリクスの逆マトリクスの対角要素、 N は資料組数である。回帰係数の不偏分散の平方根の値より、温度条件として、月平均気温および前 30 日の月平均気温を与えてもかなりの精度でたわみの回帰式を誘導できることが考察されるであらう。

- (4) 實際上、管理所において堤体平均温度および温度こう配を計算することは困難で、もし可能であるとしても、計算完了までにかかなりの時間がかかるであらう。

そこで堤体内部の各断面の堤体平均温度、温度こう配の間に高い相関があることから、クラウンの 2, 3 の断面の数個の温度計によつて計測される温度資料を、温度条件として与えて解析してみよう。^{9.10)}

綾北ダムのクラウンの E1.245, E1.285 の上下流面より 0.5 m の点の温度を $t_{1.1}$, $t_{1.2}$, $t_{3.1}$, $t_{3.2}$ として解析の結果次式を得た。ここに上下流面より 0.5 m の点の温度を用いたのは、温度こう配の効果を期待したためである。

昭和 35 年度

$$\hat{\delta} = 5.93 - 0.759 t_{1.2} + 0.480 t_{2.1} - 1.01 t_{2.2} + 0.00183 (h - 225)^2 \quad (9.5.5)$$

$$S_E = 1.163 (0.656) \quad C_h = 4.099 \times 10^{-7} \quad N = 32$$

昭和 36 年度

$$\hat{\delta} = 6.60 + 0.398 t_{2.1} - 1.71 t_{2.2} + 0.00170 (h - 225)^2 \quad (9.5.6)$$

$$S_e = 37.73 (1.141) \quad C_h = 7.056 \times 10^{-6} \quad N = 33$$

昭和 37 年度

$$\hat{\delta} = 12.45 - 1.37 t_{1.2} \quad (9.5.7)$$

$$S_e = 46.34 (1.888) \quad N = 15$$

昭和 38 年度

$$\hat{\delta} = 10.55 - 1.24 t_{2.2} \quad (9.5.8)$$

$$S_e = 11.54 (0.981) \quad N = 14$$

昭和 38 年度の (9.5.8) 式に昭和 39 年 6 月の $t_{2.2} = 19.2^\circ\text{C}$ を代入すれば推定たわみは -13.2mm となり、実測たわみ -14.6mm と大きい差異がなく、アーチダムの構造に大きい変化が生じていないものと考えられるであろう。

このように温度条件として堤体平均温度、温度こう配を与えて解析した場合より多少精度が落ちるが、安全管理上、この方式に従つてダムの安全性を検討しても、まず差支えないものと考えられる。

X 結 論

最後にⅡよりⅨまでにおいて筆者自ら開発したアーチダムの挙動解析ならびに信頼度検定の諸理論、およびその具体的適用によつて考察された主要事項を要約して列挙すれば下記のとおりである。

- (1) アーチダムのたん水開始以降のたわみおよびひずみに影響を及ぼす主要因子は、堤体平均温度、温度こう配、水圧荷重および流動変形であることを改めて確認した。
- (2) 温度荷重によつて堤体に生ずるひずみの発生機構について、弾性力学的考察を加え、ひずみの補正計算を検討した。すなわち温度補正は等値直線温度で行い、補正ひずみより応力に換算する過程において自己こう束応力を実際の温度と等値直線温度との差 t' より推定して、これを差し引けばよいこと、ダム面に垂直に埋設されたひずみ計の補正ひずみの温度による変動を最小にする条件より、すなわち最小二乗法によつて、温度膨脹係数 α_t の推定が可能であること、たん水開始以前のひずみの履歴はきわめて複雑であるので、たん水開始以降のひずみについて 1, 2 年毎にクリープ項を除いて回帰分析を行えば解析が比較的容易になることを述べた。
- (3) 温度こう配の年間の変化量と厚さとの関係式を誘導した。
- (4) 弾性固定アーチの引張応力発生機構について考察し、中心角およびコンクリート弾性係数と基礎岩盤の弾性係数の比 E_c/E_p が一定のとき、厚さ半径比 T/r が小さくなるほど、曲げモーメントが小さく、スラストが大きくなり、引張応力が発生し難くなる点を強調した。
- (5) 温度荷重が単独に作用するときは引張応力を除去することができないこと、温度荷重による引張応力を除去するためには、水圧荷重および自重によるアーチ圧縮応力、アーチダムの温度荷重による変形に対する、片持ばりあるいはアーチ要素の抵抗、過冷却によるブリストレスの導入によらなければならないことを述べた。
- (6) 堤体平均温度、温度こう配の年間の変化量が厚さに逆比例する関係を考慮した場合、温度荷重による応力の絶対値は、 T/r に逆比例することを述べた。
- (7) アーチ要素の厚さ半径比 T/r および片持ばり要素の基底厚高さ比 T_b/H_0 はアーチおよび片持ばりの剛性を表わす主要パラメーターであることを確認した。
- (8) アーチダムの水圧荷重および堤体平均温度と温度こう配の年間の変化量に対するたわみの無次元量 $E_c \delta / w H_0^2$, $\alpha_t \delta / 100 \alpha_t$, $\alpha \delta / 16 \alpha_t H_0$, および応力の無次元量 $\sigma / w H_0$, $\alpha_t \sigma / 100 \alpha_t E_c / H_0$, $\alpha \sigma / 16 \alpha_t E_c$ と高さ中央部におけるアーチ剛度 T_0/r_0 , 片持ばり剛度 T_b/H_0 の関係を電子計算によつて考察した。
- (9) このことから、アーチダムの形状、材料因子が相似である場合には、水圧荷重によるたわみは高さの 2 乗に比例し、温度こう配によるたわみは高さの 1 乗に比例するが、堤体平均温度によるたわみは高さに無関係となること、また水圧荷重による応力は高さの 1 乗に比例し、堤体平均温度による応力は高さに反比例するが、温度こう配による応力は高さに無関係となる関係が推察された。したがつて高さの高いアーチダムの堤体平均温度による応力は、他の 2 荷重に比して小さく、逆に高さの低いアーチダムでは堤体平均温度による

応力が、かなりの大いさになることが指摘された。

- (10) 水圧荷重によるトンプアーチクラウンのたわみは、アーチ剛度 T_0/r_0 が大きいほど小さくなるが、片持ばり剛度 T_b/H_0 が小さくなれば下方アーチのたわみの上方への伝達が小さくなり、たわみは小さくなる傾向があることを述べた。堤体平均温度、温度こう配によるたわみの T_0/r_0 、 T_b/H_0 に対する関係も同様の傾向があるが、堤体平均温度に対しては、片持ばり剛度が大きくなるほどたわみが小さくなるものと考えられる。

- (11) 水圧荷重による下部アーチ応力は、片持ばり剛度が大きくなるに従って小さくなり、またアーチ剛度に比し、片持ばり剛度の小さい薄肉アーチ応力は、 T_0/r_0 に逆比例するが、片持ばり剛度がアーチ剛度に比し大きい場合は T_0/r_0 が大きくなるに従ってアーチ配分荷重は大きくなり、アーチ応力が大きくなることが認められた。

温度こう配によるアーチ応力は、その配分荷重が小さいために、単独アーチに温度こう配が生ずる場合と同様の傾向が考察された。

また、水圧荷重、堤体平均温度上昇および温度こう配による片持ばり応力の絶対値は T_b/H_0 に逆比例し、前2荷重に対して T_0/r_0 に逆比例するが温度こう配に対して上部で比例し、下部で逆比例する傾向が認められた。

- (12) 実測資料による4ダムの解析の結果得られた各荷重によるたわみおよびひずみ値によつて、無次元解析法によるたわみ、応力値の検証を行い、両値が近似的に一致することを確認した。

ただし、水圧荷重によるたわみに対してコンクリートの弾性係数 E_c が単独に影響を及ぼすので、無次元解析法による計算たわみの評価に若干の難点があつた。あるいは、逆に E_c の推定の可能性がある。

また内外弧面の水圧荷重による実測ひずみが均一化する傾向が認められ、その原因について考察した。温度荷重による応力は E_c 単独に影響されるが水圧荷重による応力は E_c 単独に影響されない。ひずみ補正值より応力を換算するためには E_c を乗じなければならないから、水圧荷重による実測ひずみによつて計算応力を検証するためには、たわみの場合と同様適正な E_c を評価しなければならない。

- (13) 無次元解析法によれば、水圧荷重によるたわみは下に凸なる曲線で、温度荷重によるたわみは上に凸なる曲線である。アーチクラウンに2段にわたり設置された緩北ダムおよび鳴子ダムのブラムラインによつて推定されたたわみ曲線からこの事実を確認した。

- (14) 各荷重によるたわみおよびひずみの推算式を提案した。ただしこの式は、さらに多くのアーチダムに適用して、検討を加え、改善する必要がある。

- (15) 水圧荷重によるたわみと初期流動変形を完全に分離するためには、もし流動変形が緩慢に進行するものとすれば、たん水開始後2,3ヶ月間は毎日の資料を与える必要があるように思えた。

- (16) 精密三角測量の精度はかなり高いものであり、緩北ダムの三角測量の成果より緩北ダムの水圧荷重によるたわみ曲線を推定した。

- (17) 非可逆的挙動を示す流動変形を $\sum k_c \log \left(\frac{1+\theta}{1+\theta_c} \right)$ として検出した。

流動変形は、たん水初期の数ヶ月間においてとくに顕著で、それ以降は大体安定する

ことが観察された。この流動変形の挙動はアーチダムの信頼度検定の一手段として有効であろう。

(18) 異重回帰における有意性を検定する理論を考案した。またもし初年度に比較してそれ以降における流動変形を観察したいときは、初年度の資料組数をとくに大きくとるべきであることを述べた。

(19) アーチダムのたわみやひずみを生起せしめる堤体平均温度、温度こう配のように相互に高い相関をもつ因子と、その従属変量との回帰の構造を有意性検定によつて推定するとしても信頼ある回帰係数を誘導することはできない。この多重共線性の問題を主成分分析法によつて解析する計算法を確立した。主成分分析の結果得られた、多次元空間における方向余弦マトリクスによつて変換された新因子と、従属変量との間の年度毎の回帰係数の間に差異があるかどうかを、重回帰における差の検定法によつて推定した。

かくして、アーチダムのたわみに対して新因子の年度毎の回帰係数の変動の状況を時系列の中でとらえることによつて、アーチダムが安定した挙動を繰り返しているかどうか、すなわちアーチダムの信頼度の検定を因子のレベルで行うことが可能となることを述べた。

(20) 綾北ダムに対して、主成分分析法による信頼度の検定を行い、温度荷重によるたわみは比較的安定した挙動を繰り返しているが、水圧荷重によるたわみは年々小さくなることを確認した。その原因として考えられる片持ばり要素のクラックの発生、コンクリート基礎岩盤の弾性係数の増大、クリープ等のたわみに及ぼす効果について若干の検討を試みた。

(21) このようにアーチダムの外荷重に対する抵抗の構造形式は刻々に変動するものと考えられるから、長期間にわたりたわみあるいはひずみの同時解析を行うよりはむしろ年度毎に解析する方が好ましいものと考えられた。

(22) 主成分分析によらないで、流動変形が比較的安定するたん水開始後2,3ヶ月経過してより以降の資料に対して、年度毎に回帰分析を行う方法は、アーチダムの信頼度を検定するもつとも簡単明瞭な方法であろう。すなわち回帰係数の変動、温度荷重による総たわみ量の図示等によつてアーチダムの信頼度が推定され、また常数項の値の変動によつて流動変形が推定されることを述べた。

(23) 重回帰における一元配置の理論を考案し、この理論を使つて綾北ダムのたわみと諸因子の間の回帰の構造の時系列における変動を確認した。

(24) 具体的にアーチダムの安全管理にアーチダムの信頼度検定理論を適用する上の諸問題を検討した。すなわちたん水開始後の初年度においては回帰分析を行つて前年度と比較するわけにはいかないから、たわみの設計値あるいは無次元解析法による推定たわみ値と比較して、たわみの実測値が異常に大きいかどうかを検討し、異常に大きい場合は注意を要する。

たん水後1年以上経過したアーチダムについては、主成分分析法、その他の方法によつて回帰の構造を検討すべきであるが、管理所においては堤体平均温度、温度こう配計算を行うことが煩雑であるから、温度条件としてクラウンの2,3の断面における上下流面より0.5～1mの点の温度計による堤体温度を温度条件として与えて、回帰分析を行い、回帰式を誘導し、次年度の温度、水位の条件をこの回帰式に代入して、推定たわみ値と実測た

わみ値の差について検討すればよいものと思われた。

たん水開始後相当の時日を経過したアーチダムでは、埋設計器が故障することが考えられるから、このような場合は、温度条件として、月平均気温、および前30日の月平均気温を与えてもかなりの精度でたわみを予測し、アーチダムの信頼度を検定することができることを確認した。

(25) たわみおよびひずみの挙動解析の経験から得られた計器配置、計測方法、資料整理の具体案を下記のとおりとりまとめる。^{10.1)}

① 温度計は半径方向に沿って端部を密に、中心部に少なくとも1個配置しなければ、温度分布曲線を推定することができない。ダムの上、下流面にも温度計を設置したい。

ひずみ計による温度測定は、温度計に比べて精度が落ちるから、できるだけ避けるべきである。

堤体温度は相互に高い相関があるから、たわみの挙動解析が目的の場合には高さ100m未満のダムではクラウンに沿って3～4断面に埋設するのみで十分と思われる。

② プラムラインの観測精度は良好で容易に測定および修理が可能で、耐用年限も温度計に比べれば長いものと考えられるが、ダムの全高にわたって設置し、できれば下部岩盤にまで通してダムの全体の挙動を把握するように心がけるべきである。また高さ方向に数段に設置してたわみ曲線の推定を可能にし、できれば、クラウン以外に兩岸側にも配置して、3次元的挙動を調べたいものである。

③ 視準測量は、プラムラインに比べてその精度が悪く、また測定も煩雑で測定回数も少なくなる傾向があるから、必要あるときプラムラインと併設する程度が望ましい。

しかし、視準測量は岩盤の変位を含む絶対変位を推定し得る利点がある。

④ たん水前の温度荷重によるたわみをも観測すべきである。

⑤ 精密三角測量はプラムラインによる観測、解析の結果を検証するためにも実施の必要がある。とくにプラムラインでは計測不可能な基礎岩盤の挙動を観測するために、ダムのクラウンのベースに測点を設けたい。

プラムラインによるたわみに異常な動きが観察されたとき、あるいは、水位、温度条件が一致する毎年同月同日に三角測量を行えば、流動変形を捉えることができるであろう。少なくともクラウンについては、たん水開始後数年間は毎年三角測量を行いたいものである。

またたん水開始前後に三角測量を行わなければ、水圧荷重によるたわみ量の算出が困難になる。

⑥ たん水初期の水位によるたわみと流動変形の分離を完全にするためには、たん水後水位がある程度上昇したとき、ふたたび水位を意識的に下げることが望ましい。意識的にあるいは自然的にこのように水位が低下する傾向が表われたときは、水位、温度、たわみ、ひずみなどの観測回数を多くすべきであろう。

たん水初期の流動変形を検出するために、たん水開始後数ヶ月間は毎日の温度、水位、たわみの計測を行なうべきである。

⑦ ひずみ解析断面には必ず温度計を併設すべきである。できれば応力計をも併設すべき

であろう。

また上下流面に垂直方向のひずみ計は温度膨脹係数の推定を可能にする意味からも必ず埋設すべきであろう。

- ⑧ 各種の資料の同時計測を可能にするためにも、計測を自動化し、遠隔操作による集中管理方式を採用すべきであろう。

(26) アーチダムの挙動解析および安全管理上の今後研究すべき問題は次のとおりである。

- ① 円弧アーチダム以外の形式のアーチダムに対して、ここで解析した成果がどの程度適用できるかどうかを検討する。

- ② アーチダムの外荷重に対する抵抗の構造形式は刻々変動することが主成分分析法その他によつて観察された。

しからは、初年度あるいは前年度と比較して、どの程度の変化に対して警戒を要し、あるいはダム補修を行うべきであろうか。

- ③ この問題を解析するためには、ひずみ、応力、継目開度、間隙水圧、クラックの発生状況あるいはその相互関係、とくにひずみ、応力の挙動解析の進展に期待しなければならない。

- ④ 破壊直前においては他の構造物と同様、流動変形が大きく進行する。いわゆる弾塑性学的手法による破壊理論の究明が望まれる。

- ⑤ 堤体基礎の変形をも含めた総合的アーチダムの信頼度検定の手法を検討する必要がある。

- ⑥ 信頼性理論、あるいはいわゆる安全率とここで言うアーチダムの信頼度との関係を明らかにしたいものである。

- ⑦ アーチダムの構造が変動する主要原因の一つとして地震が考えられる。アーチダムの動的挙動解析、耐震性の問題を究明する必要がある。

要するに本論文において、アーチダムのクラウンの静的たわみの挙動解析あるいはたわみによるアーチダムの信頼度検定の手法に関する研究は、かなり進展したものと考えられるが、ひずみの挙動解析については、ようやくその手がかりを掴んだ所であり、今なお解決すべき多くの問題が残されているのであり、今後の実測資料によるアーチダムの構造解析の手法に関する研究の発展に期待して本文を終える。

記 号 ・ 符 号

1. マトリクス

- ① 原則としてマトリクスは肉太の大文字、列ベクトルは肉太の小文字、右上添字^Tで転置、⁻¹で逆マトリクスを表わす。
- ② マトリクスのトレース記号として trace、零マトリクスとして 0、単位マトリクスとして I を用い、n 次の単位マトリクスを I_{nn} 、すべての要素が 1 であるベクトルを $\mathbf{1}_n$ として両者を区別する。
- ③ マトリクス X の i 行 j 列要素を $(X)_{ij}$ 、ベクトル \mathbf{x} の i 行要素を $(\mathbf{x})_i$ 、また $(X)_i$ でマトリクス X の i 行行ベクトルと表記する。
- ④ 特殊なマトリクス演算公式

$$\frac{\partial (\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial (\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \mathbf{x}$$

$$\frac{\partial (\boldsymbol{\beta}^T A \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 2 A \boldsymbol{\beta}$$

A を正方行列とし、 $A = BC$ であれば

$$\text{trace}(A) = \text{trace}(CB)$$

- ⑤ いわゆる固有ベクトルによつて構成されるマトリクスを固有マトリクス、固有値によつて構成されるベクトルを固有値ベクトルと称することにする。

2. 統 計

$E(\quad)$	期待値演算子
$N(\mu, \sigma^2)$	母平均 μ 、母分散 σ^2 の正規分布
$\chi^2(n)$	自由度 n の χ^2 分布
$F(m, n)$	自由度対 (m, n) の F 分布
$F_\alpha(m, n; \alpha)$	有意水準 $\alpha\%$ における自由度対 (m, n) の F 値
p, r	線型回帰模型における因子数
n	標本の大きさ
X	確定変数 (因子) マトリクス ($n \times p$)
y	X の従属観測変量ベクトル ($n \times 1$)
$\boldsymbol{\beta}$	未知母数ベクトル ($p \times 1$)
e	偏差 (ランダムノイズ) ベクトル ($n \times 1$)
L	直交マトリクス
U	X の直交変換により誘導された新因子のマトリクス ($n \times p$)
w	e の直交変換により誘導された新偏差ベクトル ($n \times 1$)

$$Q = \begin{pmatrix} q_1 & & & \\ & q_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & q_n \\ & 0 & & & 0 \end{pmatrix} \quad \text{重さのマトリクス}$$

$S_q = X' Q X$	(p × p) マトリクス
$A_q = Q^{\frac{1}{2}} X S_q^{-1} X' Q^{\frac{1}{2}}$	(n × n) マトリクス
$S = X' X$	(p × p) マトリクス
$A = X S^{-1} X'$	(n × n) マトリクス
$C_{i,i}$	S の逆マトリクスの対角 (i, i) 要素
$C_{i,j}$	j 番目の水準における $C_{i,i}$
$S_{i,i}$	i 番目の因子の残差平方和
$S_{i,j}$	残差積和
S_E, Q	回帰偏差に対する残差平方和
V	不偏分散
V_E	回帰偏差の不偏分散
R	回帰に基づく平方和
R	相関係数マトリクス (p × p)
μ	y の母平均ベクトル (n × 1)
S_{EV}	全変動
S_{EA}	級間変動
S_{EE}	級内変動

Q^0 の添字 0 の如きは次のように定義する。

- o : Q^0 の如き添字 0 は全変動に対する値を意味する。
- \wedge : $\hat{\mu}$ の如き記号 \wedge は推定値を意味する。
- : \bar{x} の如き記号 - は算術平均値を意味する。
- ' : S'_E の如き右上添字 ' は有意な因子に対する値を意味する。
- (u) : $\hat{\beta}^{(u)}$ の如き右上添字 (u) は u 座標系に対する値を意味する。
- (n) : $u_i^{(n)}$ の如き右上添字 (n) はマトリクス U を構成する i 列ベクトルを意味する。

3. 弾性力学、構造力学

① 材料特性

E	縦弾性係数
G	せん断弾性係数
ν	ポアソン比
c_t	コンクリートの線膨脹係数
w	水の単位体積重量

② 形状特性

T	堤厚
T_b	基底厚
T_c	クレストの堤厚
T_z	基底よりの高さ z における堤厚
r	アーチ要素の曲率半径
r_o	アーチ要素の中心線の曲率半径
R_u	アーチ要素の外弧面の曲率半径
ϕ, θ	アーチ要素の $\frac{1}{2}$ 中心角 (クラウンよりアバットメント方向に正)
ϕ_A	アーチアバットメントにおける ϕ あるいは ϕ_A を単に ϕ と記述することがある。
H	ダムの高さ
H_o	アーチ作用部分のダムの高さ
A	はりの断面積
I	はりの断面 2 次モーメント
φ	アーチアバットメントの鉛直面に対する傾角
z	基底よりの高さ
η	基底よりの高さの無次元量
$C =$	$(1 - \frac{T_i}{T_b})$
$R_t =$	$\frac{T_i}{T_b}$
$THR_o =$	$\frac{T_b}{H_o}$ 基底厚高さ比
TR_o	$\frac{T_o}{r_o}$ 標準標高におけるアーチ要素の厚さ半径比
L_i	i 標高における谷巾
L_r	$\frac{L_i}{L_o}$ 標準標高谷巾に対する i 標高谷巾の比
s	アーチ中心線に沿う長さ

③ 荷 重

θ :	たん水開始前 100 日を原点とする日数
θ_c :	流動変形検出における基準となる θ
t	実際の温度あるいは堤体平均温度
t_1	等値直線温度
t'	実際の温度と等値直線温度との差
\bar{t}	堤体平均温度
Δt	堤体平均温度上昇
α	等値直線温度こう配あるいは単に温度こう配、下流側温度が上流側より大きい場合を正とする。

$t_i, \alpha_i (i = 1, 2, \dots)$

アーチクラウンにおける基底側より i 番目の断面における堤体平均温度、および温度こう配

Δt 堤体平均温度のベクトル、 i 標高の温度 Δt_i を i 要素とする。

α 温度こう配のベクトル、 i 標高の温度こう配 α_i を i 要素とする。

h 水位

h_0 基圧標高

h_c アーチ作用部分の最高標高

P 等分布水圧荷重

P' 水圧線荷重

P'' 水圧線荷重の無次元量

P 水圧荷重のベクトル、 i 標高水圧荷重を i 要素とする。

④ 断面力

m_i クラウンにおける正の単位の i 断面力によるアーチ要素の任意点の曲げモーメント

h_i \diamond \diamond \diamond スラスト

v_i \diamond \diamond \diamond せん断力

ただし $i = 1, 2, 3$ は曲げモーメント、スラスト、せん断力

M アーチ要素の任意断面の曲げモーメント

H \diamond スラスト

V \diamond せん断力

M_i, M'_i アーチ要素の任意断面の曲げモーメントの無次元量

H_i, H'_i \diamond スラストの無次元量

V_i, V'_i \diamond せん断力の無次元量

ただし $i = 1, 2, 3$ は、水圧荷重、堤体平均温度上昇、温度こう配に対する値である。

$\phi(r, \alpha)$ 水圧荷重に対する曲げモーメント、スラスト比

⑤ 応力、ひずみ、およびたわみ

σ 直応力

σ', σ'' アーチ要素の応力の無次元量

W_σ アーチダムに生ずる応力の無次元量

τ せん断力

ϵ, ϵ ひずみ

$E_{i,j}$ i 番目の 5 成分ひずみ計群の j 番目のひずみ計

$\epsilon_{i,j}$ $E_{i,j}$ のひずみ計による実測ひずみ

$\epsilon_{i,j}''$ $\epsilon_{i,j}$ の補正ひずみ

$\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}$ x 軸, y 軸方向の直応力に基づくひずみ

e_{xy}	せん断ひずみ
Δr	アーチクラウンの上流方向変位あるいは正のせん断力方向の変位（半径方向変位）
$\Delta r'$	Δr の無次元量
$\Delta \delta$	正のスラスト方向の変位（接線方向変位）
$\Delta \theta$	正の曲げモーメント方向の変位（廻転角）
δ	たわみまたは変位
δ_{ij}	アーチ要素の静定基本系に j 荷重が作用したときの i 荷重点における i 荷重方向の変位 ただし、 $i = 1, 2, 3$ はクラウンにおける正の単位の曲げモーメント、スラスト、せん断力
$\delta_{ij}' = -\delta_{ji}'$	
c_{ij}	F の (i, j) 要素に用いるときは、クラウン片持ばり要素の j 標高に単位の荷重が作用したときの i 標高における変位
$\alpha \delta_{ii}$	i 標高アーチクラウンの単位の等分布荷重による下流方向変位
$\alpha \delta_i$	アーチ要素の静定基本系に等分布荷重が作用したときの i 荷重点における i 荷重方向変位
δ_i	ベクトル δ の i 要素として用いるときは、水圧荷重による i 標高アーチクラウンの下流方向変位
$\alpha_t \delta_i$	アーチ要素の静定基本系に堤体平均温度上昇が生じたときの i 荷重点における i 荷重方向変位 または、ベクトル $\alpha_t \delta$ の i 要素として用いるときは、堤体平均温度上昇によるアーチクラウンの i 標高変位
δ	変位に関するベクトル
K	stiffness マトリクス
F	flexibility マトリクス
$\alpha_t f$	アーチ要素のクラウンの堤体平均温度上昇による上流方向変位ベクトル
W	水圧荷重によるたわみの無次元量
W_c	水圧荷重による計算たわみの無次元量
W_a	水圧荷重による実測たわみの無次元量
W_{α_t}	堤体平均温度上昇によるたわみの無次元量
c_{ij}, c_{ij}'	アーチ常数、荷重常数（ $j = 0$ の場合）
$\alpha_1, \alpha_2, \beta, r, k_{\alpha}, k_{\alpha 2}, k_p, k_r, k_i$ ($i = 1, 2, \dots, 6$)	岩盤常数

⑥ 添 字

ϕ_A の如き右下添字 A はアパートメントにおける値を表わす。ただし、 ϕ_A について単にこれを ϕ と表わすことがある。

a	δ の如き左下添字 a でアーチ要素を表わす。
c	δ の如き左下添字 c で片持ばり要素を表わす。 E_c の如き右下添字 c でコンクリートを表わす。 ε_c の如き添字 c でクリープを表わす。
⊙	M_\odot の如き添字 ⊙ でアーチクラウンにおける値をあらわす。
E	q_E の如き右下添字 E で外弧側を表わす。
e	σ_{ex} の如き左上添字 e で固有応力を表わす。
h	δ_h の如き右下添字 h で水圧荷重を表わす。 δ の如き添字なしで水圧荷重に対する値を意味することがある。
I	σ_I の如き左下添字 I で内弧側を表わす。
i	δ_i の如き添字 i で標高番号を表わす。ただし、無次元解析においては上より下へ、実測解析においては下より上に $i = 1, 2, 3, \dots$, とする。
L	M_L の如き左下添字 L でアーチ要素の左側を表わす。 M_L の如き右下添字 L でアーチ要素の静定基本系に等分布荷重が作用した場合の値を示す。
O	σ_m の如き左下添字 O で等分布荷重を意味する。 σ_{ox} の如き左上添字 O で固有応力源を意味する。
R	M_R の如き左下添字 R でアーチ要素の右側を意味する。
r	E_r の如き右下添字 r で岩盤を意味する。 σ_r の如き添字で極座標における半径方向の値を示す。
t	δ_t の如き添字 t で温度を表わす。あるいは堤体平均温度を表わす場合がある。
Δt	δ_t の如き添字 Δt で堤体平均温度上昇を意味する。
x, y	直交 x, y 座標系における X 軸, Y 軸方向の値を示す。
α	δ_α の如き添字 α で温度こう配を意味する。
θ	δ_θ の如き添字 θ で流動変形を意味する。 σ_θ の如き添字 θ は極座標における円周方向を意味する。

⑦ 符号・その他

- (i) 弾性理論およびひずみの実測解析においては引張ひずみを正とし、はり理論に基づく無次元解析においては圧縮ひずみを正としている。
- (ii) アーチのはり理論において上流方向のクラウン変位を正とするが、その他の片持ばり理論、荷重分割計算、実測解析においては、下流方向変位を正とする。
- (iii) アーチのはり理論において圧縮応力を生ぜしめるスラスト、外弧面に圧縮応力を生ぜしめる曲げモーメント、および左側アーチの左側断面または右側アーチの右側断面に生ずるせん断力によつて、外弧面に圧縮応力を生ぜしめるせん断力を正とする。
- (iv) 温度こう配は下流側温度が上流側温度より大きい場合を正とする。
- (v) 本文では、たわみと変位を同義語として用いた。

参考文献 - I

- 1.1) M.Rocha, J.L.Serafin, A.F.da Silveira, M.Q.Guerreiro: "A Method of Quantitative Interpretation of the Results Obtained in Observation of Dams", R.36 the Vth Congress on Large Dam, New York, 1958
- 1.2) M.Rocha, J.L.Serafin, A.F.da Silveira, M.Q.Guerreiro: "Observation of Concrete Dam Result, Obtained in Cabril Dam", R.83 the Vth Congress on Large Dam, New York, 1958
- 1.3) D.Tonini: "Observed Behaviour of Several Italian Arch Dams", Journal of the Power Division, Proc.of A.S.C.E.Vol.82, Dec.1956
- 1.4) 中村慶一: "河川工学における情報量解析の応用に関する研究", 土木研究所報告 118号の1、昭和38年6月
- 1.5) K.Nakamura, R.Iida, R.Miike: "Analysis on Behaviour of Arch Dam by Multivariate Analytical Method", Vth Congress on Large Dam, Edinburgh, Great Britain, 1964
- 1.6) 三池亮次: "無次元解析法によるアーチダムのたわみおよび応力の挙動特性の研究", 昭和41年度土木学会西部支部研究発表会、昭和42年1月
- 1.7) 君島博次: "ダムコンクリートのクリープの基礎的研究とその応用結果について", 土木学会論文集 72号、昭和36年1月
- 1.8) Maurice Lévy: "Sur l'équilibre élastique d'un barrage en maçonnerie à section triangulaire", Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences de Paris, 1898
 物部長穂: "土木耐震学", 東京理工図書、P.150~165
 新井義輔: "重力堰堤の内部応力算定に関する一方法", 土木学会誌 21巻5号、昭和10年5月
 石原藤次郎、小西一郎: "重力堰堤の応力計算について", 土木学会誌 22巻3号、昭和11年3月
 丹羽義次: "堰堤内部応力の算定について", 土木学会誌 37巻7号、昭和27年7月
 丹羽義次: "堰堤基本三角形断面内の応力状態に関する光弾性学的研究", 土木学会誌 39巻3号、昭和29年3月
- 1.9) 村幸雄: "拱および拱重力堰堤の理論的解法", 土木学会論文集 4号、昭和24年6月
 Jacobsen: "Stresses in thick Arches of Dams", Trans. A.S.C.E. vol. 90, 1927
 垣谷正道: "アーチダムの設計に関する研究", 学位論文集 14、電力中央研究所、昭和37年
 村幸雄、中村慶一、大久保忠良、飯田隆一: "アーチダムの温度応力に関する理論的考

- 察”、土木研究所報告 104号の2、昭和34年11月
- 1.10) C.H.Howell: “Analysis of Arch Dams by Trial Load Method”, Trans. A.S.C.E. Vol. 93, 1929
- “Treatise on Dams Chap. 10 Arch Dams”, Bureau of Reclamation U.S. A., 1950
- 飯田隆一: “電子計算機によるアーチダムの解法”, 建設省土木研究所 51 7.7
- ダム1、昭和39年
- 1.11) フリードリッヒ・テルケ(野田和郎訳): “アーチ堰堤と重力堰堤”, 丸善、昭和30年12月
- 1.12) Herzog.M: “Über die Berechnung beliebig geformter Gewölbestaumauern nach der Schalentheorie” Heft 8, Bautechnik, Aug. 1956
- Edited by J.R.Rydzewski: “Theory of Arch Dams”, Paper presented at the International Symposium held at Southampton University, Pergamon Press, April 1964
- 1.13) J.M.Raphael: “Determination of Stress from Measurement in Concrete Dams”, Bureau of Reclamation U.S.A.
- 1.14) 前出 1.11) P.19
- 1.15) “Measurements of the Structural Behaviour of Norris and Hiwassee Dams”, Technical Monograph No. 67, Tennessee Valley Authority, August 1950
- “Measurements of the Structural Behaviour at Fontana Dam”, Technical Monograph No. 69, Tennessee Valley Authority, June, 1953
- 1.16) J.M.Raphael: “The Development of Stresses in Shasta Dam”, Proc. of A.S.C.E. Vol. 78, Feb. 1952
- 1.17) 君島博次: “上椎葉アーチダムの堤体内部の諸実測に関する基礎的コンクリート実験”, 土木学会誌 40巻 8号、昭和30年8月
- 1.18) T.W.Anderson: “An Introduction to Multivariate Statistical Analysis”, Wiley, 1964
- 1.19) 三池亮次: “主成分分析法によるアーチダムの信頼度の検定”, 土木学会論文集(投稿中)
- 1.20) Igor Bazovsky: “Reliability Theory and Practice”, Maruzen Asian Edition
- 1.21) A.M.Freudenthal: “Safety, Reliability and Structural Design”, Proc. A.S.C.E. Vol. 87 No. ST 3, Mar. 1961

参考文献 - II

- 2.1) 前出 1.4) P.5~P.12

- 2.2) 宮本正太郎：“誤差論及計算法”、宇宙物理学研究会、昭和24年 P.100～P.118
 W.E.デミング、(森口繁一訳)：“推計学によるデータのまとめ方”、岩波書店、1954、
 P.10
- 2.3) J.W.Linik：“Die Methode der kleinsten Quadrate in moderner
 Darstellung”, Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1967,
 P.124
- 2.4) 前出 2.1) P.6
- 2.5) 宮沢光一：“近代数理統計学通論”、共立全書84、共立出版、昭和38年、
 P.56, P.93
- 2.6) 北川敏夫、稲葉三男：“基礎数学統計学通論”、共立出版、昭和41年、P.88, P.109
- 2.7) 北川敏夫編：“多変量解析論”情報科学講座A5-3、共立出版、昭和41年、P.38
- 2.8) 前出 2.3) P.135
- 2.9) 前出 2.5) P.205
- 2.10) 中村慶一：“技術者のための統計解析”、山海堂、昭和40年、P.91
- 2.11) 岸根卓郎：“理論、応用統計学”、養賢堂、昭和41年、P.146
- 2.12) H.Wold, L.Juréen：“Demand Analysis”, Wiley, 1966, P.46～P.48
- 2.13) M.G.Kendall：“A Course in Multivariate Analysis”, Charles Griffin
 1965, P.13～P.18
 前出 1.18) P.272～P.276
- 2.14) 中山伊知郎編：“現代統計学大辞典”、東洋経済新報社、1962, P.585
- 2.15) 前出 1.19)
 前出 2.10) P.100～P.107
- 2.16) 森口繁一：“統計解析、岩波講座現代応用数学3”、岩波書店、1957, P.5
- 2.17) N.R.Draper, H.Smith：“Applied Regression Analysis”, Wiley, 1967
 P.244～P.252
 中村慶一：“測定値の補助情報と予測の精度”、土木技術資料、Vol.7 No.9、
 昭和40年9月、P.18
 前出 2.16) P.72～P.80
- 2.18) 三上操：“応用推計学－工業技術者のための－”内田老鶴圃新社、1965、
 P.146～P.148
- 2.19) 信頼性管理便覧編集委員会：“信頼性管理便覧”、日刊工業新聞社、昭和39年、P.467
- 2.20) Igor Bazovsky：“Reliability Theory and Practice”, Maruzen Asian
 Edition, P.33
- 2.21) A.M.Freudenthal：“Safety, Reliability and Structural Design”, Proc.
 A.S.C.E. Vol.87 No.ST3, Mar. 1961
- 2.22) 前出 2.19) P.101
- 2.23) 前出 2.19) P.1226, P.1236

固有値その他マトリクスに関する演算公式については次の参考書を参考にした。

- 224) 稲葉三男：“行列と行列式”、近代数学新書、至文書、昭和40年
 遠山啓：“行列論”、共立全書、共立出版、昭和28年
 西垣久実：“マトリクスとその応用”応用数学講座第1巻、コロナ社、昭和36年
 加藤勉：“固有値問題”、建築構造学大系4、彰国社、昭和42年

参 考 文 献 - III

- 3.1) William P. Creager, Joel D. Justin, Julian Hinds: "Engineering for Dams, Vol. II Concrete Dams", Wiley, 1954, P.252~P.286
 3.2) “ダム設計基準”、昭和32年制定、国際大ダム会議日本国内委員会
 3.3) 土木学会編：“土木工学ハンドブック 第31編 ダム 第3章 コンクリートダム”、技報堂 昭和39年、P.2207~P.2208
 3.4) Marukus Reiner (柳沢延房訳)：“レオロジーの基礎理論”、コロナ社、昭和32年、P.5
 3.5) 近藤泰夫、坂静夫監修：“コンクリート工学ハンドブック”、朝倉書店、昭和40年、P.289
 3.6) “ダム設計基準 第4章アーチダム”、日本大ダム会議、1965年5月改定 P.5
 3.7) J. タロブル (岡本舜三、吉越盛次監修、近藤一夫訳)：“岩盤力学”、森北出版 昭和42年、P.71
 3.8) 日本材料学会編：“岩石力学とその応用”丸善、昭和41年、P.79
 3.9) 岡本舜三編：“土木技術者のための岩盤力学”、土木学会、昭和41年、P.331
 3.10) 山本三三三：“レオロジー”、新物理学進歩シリーズ8、槇書店、1964年、P.20
 3.11) 岡田清：“コンクリートのクリープ”日本セメント技術協会、コンクリートパンフレット 第29号、昭和28年、P.21
 3.12) 前出 1.17)
 3.13) 中村慶一、飯田隆一、三池亮次、古屋久和：“実測資料によるアーチダムの挙動解析”、土木研究所報告 121号の1、昭和39年7月、P.25
 3.14) 前出 3.13) P.21
 3.15) M. Rocha, J. L. Serafin, A. F. da Silveira, M. Q. Guerreiro: "Observation of Concrete Dam Result, Obtained in Cabril Dam", R.83 the Vth Congress on Large Dam, New York, 1958
 3.16) M. Rocha, J. L. Serafin, A. F. da Silveira, M. Q. Guerreiro; "A Method of Quantitative Interpretation of the Results, Obtained in Observation of Dams" R.36 the Vth Congress on Large Dam, New York, 1958
 3.17) Timoshenko and Goodier: "Theory of Elasticity", McGraw-Hill, kogakusha, P.425
 3.18) 倉西正嗣：“弾性学”、日本機械学会、昭和32年、P.640

- 3.19) 村幸雄、中村慶一、大久保忠良、飯田隆一：“アーチダムの温度応力に関する理論的考察”、土木研究所報告 104号の2、昭和34年11月、P.74
- 3.20) “Cooling of Concrete Dams”, Boulder Canyon Project Final Report, Bull.3, Part VII Bureau of Reclamation. U.S.A. 1949
- 3.21) 前出 3.2) P.29
- 3.22) “Treatise on Dams, Chap.10 Arch Dams”, United States Bureau of Reclamation, 1950
- 3.23) 前出 3.1) P.269
- 3.24) 湯浅昭：“アーチダムの設計について”、発電水力 No.84, Sep. 1966, P.9
- 3.25) 前出 3.5) P.361
- 3.26) 前出 3.5) P.795
- 3.27) 前出 3.1) P.266
- 3.28) テルツアギ・ベック(星埜他訳)：“土質力学 基礎編”、丸善、昭和30年、P.44
- 3.29) 土質工学会編：“土質工学ハンドブック”、技報堂、昭和40年、P.138
- 3.30) 九州電力K.K 土木部編：“上椎葉アーチダムの計画と施工”、丸善、昭和32年1月20日、P.756

参 考 文 献 - N

- 4.1) ストラースナー(村上永一訳)：“弾性拱橋の理論と設計”工元社、昭和18年
- 4.2) “Trial Load Method of analyzing Arch Dams”, Bull.No.1 Part V, Boulder Canyon Project Final Reports, Bureau of Reclamation U.S.A. 1938, P.92~P.98
- 4.3) 前出 3.22)
- 4.4) 三池亮次：“弾性固定アーチの応力の挙動特性—円弧等厚アーチの場合”、昭和40年度土木学会西部支部研究発表会、昭和41年1月、P.89~P.91
- 4.5) Roland Kettner：“Formgebung und Berechnung der Bogenlamellen von gewölbemäuer”, Die Talsperren Österreichs Heft 8, Österreichischen Staubecken Kommission und Wasserwirtschaftsverband, Wien, 1959, P.12~P.26
- 4.6) Vogt F.：“Über die Berechnung von Fundament deformation”, Oslo, 1925
- 4.7) 小西一郎、横尾義貫、成岡昌夫：“構造力学第Ⅱ巻”、丸善、昭和38年、P.33
- 4.8) 成瀬勝武：“弾性橋梁”、河出書房、昭和23年、P.27
- 4.9) 恒谷正道：“コンクリートダム特論(V)アーチダム”、土木学会誌 第37巻第1号 P.41

- 4.10) 前出 1.5)
前出 3.13)
- 4.11) Lieurance: "The Design of Arch Dams", Proc.A.S.C.E. May.1940,
P.829 ~ P.851
- 4.12) 林正夫: "基礎の変形がアーチダムの応力に及ぼす影響について—堤体応力を中心とした—考察—", 土木学会論文集 第69号 別冊(3-1)、P.7 ~ P.17
- 4.13) 林正夫: "アーチダムの周期的な温度応力の解析", 電研所報 第104号 1960年
3月、P.97 ~ P.102
- 4.14) 三池亮次、福井武弘: "弾性固定アーチにおける応力の挙動特性—特に引張応力発生の機構について—", 熊本大学工学部研究報告 第15巻 第2号 昭和41年11月
- 4.15) 前出 4.12) P.5 ~ P.6
- 4.16) Jorgensen L.R. "The Constant Angle Arch Dam", Trans.A.S.C.E. 79,
1915
前出 4.9) P.39
- 4.17) 前出 3.19) P.114
- 4.18) 前出 3.1) P.483
- 4.19) 三池亮次: "無次元解析法によるアーチダムのたわみおよび応力の挙動特性の研究",
昭和41年度土木学会西部支部研究発表会、昭和42年1月、P.1-(7)-1 ~ 4
- 4.20) 前出 3.19) P.114
- 4.21) 前出 3.6) P.34
垣谷正道: "アーチダムの設計に関する研究", 学位論文集14、電力中央研究所、
昭和37年、P.18
- 4.22) 前出 4.12)

参 考 文 献 - V

- 5.1) 村幸雄、中村慶一、大久保忠良、飯田隆一: "綾北ダム構造模型実験", 土木研究所報告
108号 昭和36年10月
田島正彦、元永正紀: "綾北ダム施工に関するダム二、三の問題", 土木学会誌 45巻
10号、昭和35年10月
- 5.2) "室牧ダム発電所工事誌", 富山県電気局、昭和38年
- 5.3) 建設省河川局監修: "日本の多目的ダム", 山海堂、昭和38年
- 5.4) "鳴子ダム工事誌", 東北地方建設局鳴子ダム工事事務所、昭和34年
宮崎明: "鳴子ダム工事報告", 土木学会誌 44巻 7号 昭和34年7月

参 考 文 献 - VI

- 6.1) 前出 5.1)
- 6.2) A.U.Huggenberger: "Talsperren Meßtechnik"
"ダム測定技術", 発電水力協会、昭和33年
- 6.3) 前出 5.2)
- 6.4) 小林泰、望月邦夫: "コンクリートダム施工法 12章 ダムの測定" 最新土木施工法
講座8、山海堂、昭和36年
- 6.5) 高田孝信、大久保忠良: "現場における応力の測定", 最新土木施工法講座25、山海堂、
昭和38年
- 6.6) "カールソン型計器取扱説明書" INSTR No.T - 40303, K.K.共和電業
- 6.7) 前出 5.1), 5.2), 5.3), 5.4)

参 考 文 献 - VII

- 7.1) 前出 1.1)
前出 1.5)
- 7.2) 前出 1.4) P.17
前出 3.13) P.25
- 7.3) 前出 3.13) P.25
- 7.4) 前出 3.13) P.31
- 7.5) 前出 3.13) P.30
- 7.6) 前出 1.4) P.29 ~ P.30
- 7.7) 前出 3.13) P.39
- 7.8) 前出 4.12) P.27

参 考 文 献 - VIII

- 8.1) 君島博次: "ダムコンクリートのクリープの基礎的研究とその応用結果について", 土木
学会論文集 72号、昭和36年1月、P.28
- 8.2) 君島博次、中新井克子: "上椎葉ダムから実測されたアーチダムの実態—収縮継目篇—",
電力中央技術研究所報告 9巻 1,2号
- 8.3) 前出 3.30) P.756
- 8.4) 前出 6.5) P.149
- 8.5) 前出 8.4) P.158
- 8.6) 前出 1.1)
- 8.7) 三池亮次他2名: "実測資料によるアーチダムのひずみの挙動解析" 土木学会 第22

回年次学術講演会、昭和42年

8.8) 君島博次：“ダムおよび基礎の実測と解析”、第4回発電水力講習会テキスト、発電水力協会、昭和37年2月、P.104

8.9) C.Semenza：“Development in Italy”, Journal of the Power Division, Proc. A.S.C.E. Vol. 82, June 1956, P.1017~41

8.10) 前出 3.19) P.114

参 考 文 献 - K

9.1) 前出 2.19) P.6

9.2) 前出 3.13) P.59

9.3) 前出 1.19)

9.4) 前出 3.5) P.289

前出 3.6) P.5

9.5) 前出 3.7) P.71

9.6) 前出 3.5) P.371~P.372

9.7) 前出 3.10) P.20

9.8) 山口貫一、柳内彰：“安全工学”、森北出版、昭和36年4月、P.26

武居省之：“ダムの管理”、第5回発電水力講習会テキスト、発電水力協会、昭和38年2月、P.109~P.130

9.9) 前出 1.4) P.27

9.10) 前出 1.3) P.1134~17

参 考 文 献 - X

10.1) 前出 3.13) P.61